

# MODELO APROXIMADO PARA REPRESENTAÇÃO DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

SÉRGIO HAFFNER

*Departamento de Engenharia Elétrica, UDESC-CCT  
Campus Universitário Prof. Avelino Marcante s/n – Bairro Bom Retiro – 89223-100 – Joinville-SC – Brasil  
E-mail: slhaffner@gmail.com*

LUÍS A. PEREIRA, LEONARDO V. GASPERIN

*Grupo de Sistemas de Energia Elétrica (GSEE) – FENG – PUCRS  
Av. Ipiranga, 6681 – Prédio 30 – Sala 150 – 90.619-900 – Porto Alegre – RS – BRASIL  
E-mails: lpereira@pucrs.br, leonardo.gasperin@pucrs.br*

**Abstract**—The paper presents an approximate model to calculate currents and voltages in electric power distribution networks. In general the non-linear equations of the steady state power flow problem are described by means of phasors being necessary to determine their magnitude and phase angle. In the model proposed here the non-linear power flow equations are approximated by linear equations using only the magnitude of the nodal voltages and the current phasors, which are the most interesting variables for distribution networks. Furthermore, the model presented have been specially developed for networks with high relation between resistance and reactance ( $R/X$ ); their derivation follows the same procedure applied to obtain equations of the linearized power flow, which is widely used for analysis of high voltage transmission systems. The paper shows that introducing some simplifications, valid for high  $R/X$  relations, and considering the two components of the current phasor, it is possible to determine the effect of the installation of capacitor banks on the voltages and currents in an easy fashion. In addition, the paper presents a method to represent the daily load curve by means of duration curves for each network node. These curves approximate the power system behavior with good accuracy. The performance and accuracy of the method are evaluated by means of several tests using example networks for which the results are compared with the exact results obtained with the solution of the non-linear power flow.

**Keywords**— Power distribution; power distribution planning; voltage regulator; mixed integer programming.

**Resumo**—Neste trabalho é apresentado um modelo aproximado para representar as equações que descrevem os fluxos e tensões em redes de distribuição de energia elétrica. As equações não lineares do fluxo de potência, que utilizam grandezas fasoriais, são aproximadas por equações lineares que utilizam as magnitudes das tensões nodais e as correntes dos ramos que são as grandezas de maior interesse nesta classe de sistema elétrico. O modelo proposto foi desenvolvido para redes com alta relação entre resistência e reatância ( $R/X$ ), usando procedimentos similares aos empregados no fluxo de potência linear para redes de transmissão em alta tensão. Como as correntes são representadas por duas parcelas, é possível determinar o efeito dos bancos de capacitores nas tensões e fluxos da rede. Além disto, é apresentada uma forma de representar a variação horária de cada carga individualmente por intermédio de curvas de duração que aproximam o comportamento da rede de energia. Os resultados obtidos utilizando o modelo proposto são comparados com a solução exata do fluxo de carga a fim de validar a metodologia proposta.

**Palavras-chave**—Distribuição de energia elétrica, modelo linear de rede, curva de duração de carga.

## 1 Introdução

Na análise de sistemas elétricos, geralmente, a carga é representada por injeções de potência constante e as linhas de transmissão e os transformadores são representados por impedâncias, fazendo com que as equações de balanço de potência constituam um problema denominado fluxo de carga. Este problema é descrito por expressões não lineares que relacionam as injeções de potência com as magnitudes e ângulos de fase das tensões nodais (Monticelli e Garcia, 2003). A consideração explícita destas relações torna os modelos de otimização associados bastante complicados, por lidarem com restrições não-lineares que relacionam os fluxos de potência com os fasores que representam as tensões nodais. Para contornar esta dificuldade, no problema de planejamento da expansão de sistemas de alta e extra-alta tensão, são empregados modelos bem mais simples para representar a rede, com resultados satisfatórios (Romero *et al*,

2002). Entretanto, nas redes de distribuição de energia em média tensão, em função da sua natureza diversa (configuração radial e relações  $R/X$  mais elevadas), os modelos simplificados elaborados para as redes de alta tensão apresentam resultados inadequados (Marchesan *et al*, 2005). Além disto, no modelo linearizado desenvolvido para a rede de transmissão, não é possível determinar a magnitude da tensão nodal, que é uma das grandezas de maior interesse, pois esta é assumida igual a um para todo sistema. A determinação dos níveis de tensão adquiriu maior importância após a regulamentação dos níveis de qualidade da tensão disponibilizada aos consumidores, pela Resolução ANEEL 505, de novembro de 2001.

Um conjunto de modelos elaborados para a representação da rede de distribuição de energia foi apresentado por Marchesan *et al* (2005), tendo sido utilizado com sucesso em um problema de expansão multi-estágio para determinação da rota de alimentadores e seleção da bitola dos condutores (Haffner *et*

al, 2006, 2008a e 2008b). Embora adequados para a expansão da rede de média tensão, estes modelos não permitem representar o efeito de bancos de capacitores, pois as correntes são representadas apenas pela sua magnitude, não havendo distinção entre as parcelas relacionadas com a potência ativa e reativa.

No modelo apresentado neste trabalho, os fluxos nos ramos, as demandas e as injeções nodais são representados por duas parcelas: uma relacionada com a potência ativa, outra com a potência reativa. A magnitude da tensão nodal é então determinada por intermédio da superposição dos efeitos destas duas parcelas, sendo as quedas de tensão nos ramos determinadas por uma relação linear. Isto possibilita que sejam obtidas restrições lineares para descrever o funcionamento da rede de distribuição, simplificando de forma expressiva os modelos de otimização que representam os problemas relacionados com a operação ou expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica. A formulação do modelo aproximado é realizada em termos das correntes nos ramos e das magnitudes das tensões nodais que são as grandezas de maior interesse nesta classe de sistema elétrico. Considerando que as correntes são constituídas por duas parcelas (ativa e reativa), através de simplificações, é possível representar de forma aproximada o efeito dos bancos de capacitores nas tensões e fluxos da rede. Além disto, o modelo apresentado permite representar a variação horária de cada carga individualmente por intermédio de curvas de duração que aproximam o comportamento da rede de energia.

O artigo está organizado da seguinte forma. Inicialmente é descrito o processo de representação da variação demanda e de transformação desta demanda de potência em correntes nodais. Para facilitar a apresentação é utilizada uma rede exemplo de cinco barras. A seguir apresenta-se a forma de representa-

ção dos bancos de capacitores por intermédio de injeções de corrente. Na seção seguinte apresenta-se o modelo aproximado desenvolvido. São apresentados, então, os testes com o modelo aproximado, por intermédio de comparações com os resultados exatos. Para finalizar são apresentadas as conclusões.

## 2 Representação da variação da demanda

Considere um alimentador de distribuição em 13,8 kV, formado por cinco nós (uma subestação mais quatro nós de carga) e quatro ramos, conforme mostrado na Figura 1, cujos valores das impedâncias dos trechos de alimentador estão mostrados na Tabela 1 (valores em pu na base de 1 MVA, 13,8 kV).

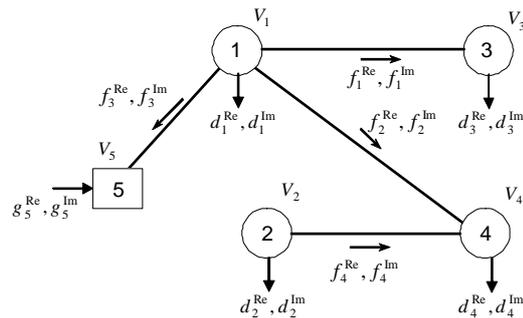


Figura 1. Sistema de cinco barras.

Tabela 1. Impedância e capacidade dos trechos de alimentador.

Ramo $k$	Extremos	$R_k$ [pu]	$X_k$ [pu]
1	1-3	0,0219	0,0164
2	1-4	0,0116	0,0150
3	1-5	0,0080	0,0163
4	2-4	0,0219	0,0164

As demandas horárias de potência ativa e reativa para um dia típico do sistema de cinco barras encon-

Tabela 2. Demandas horárias de potência ativa e reativa.

Hora	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
1	306,25	262,50	472,50	225,00	315,00	150,00	236,25	112,50
2	269,50	236,25	441,00	202,50	294,00	135,00	220,50	101,25
3	220,50	236,25	399,00	202,50	266,00	135,00	199,50	101,25
4	220,50	236,25	399,00	202,50	266,00	135,00	199,50	101,25
5	245,00	236,25	420,00	202,50	280,00	135,00	210,00	101,25
6	306,25	262,50	472,50	225,00	315,00	150,00	236,25	112,50
7	428,75	288,75	577,50	247,50	385,00	165,00	288,75	123,75
8	551,25	367,50	840,00	315,00	560,00	210,00	420,00	180,00
9	490,00	420,00	945,00	360,00	630,00	240,00	472,50	202,50
10	551,25	446,25	1050,00	382,50	700,00	255,00	525,00	225,00
11	490,00	498,75	1050,00	427,50	700,00	285,00	525,00	225,00
12	490,00	420,00	630,00	360,00	420,00	240,00	315,00	180,00
13	551,25	420,00	892,50	360,00	595,00	240,00	446,25	191,25
14	490,00	472,50	997,50	405,00	630,00	270,00	498,75	213,75
15	428,75	498,75	1050,00	427,50	630,00	285,00	525,00	225,00
16	551,25	525,00	997,50	450,00	665,00	285,00	498,75	225,00
17	796,25	525,00	735,00	450,00	490,00	285,00	367,50	225,00
18	918,75	472,50	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
19	1225,00	472,50	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
20	1225,00	498,75	630,00	202,50	700,00	300,00	525,00	225,00
21	1225,00	420,00	682,50	202,50	700,00	285,00	525,00	225,00
22	1041,30	393,75	630,00	337,50	420,00	225,00	446,25	191,25
23	735,00	367,50	577,50	315,00	385,00	210,00	315,00	157,50
24	490,00	315,00	525,00	270,00	350,00	180,00	262,50	135,00

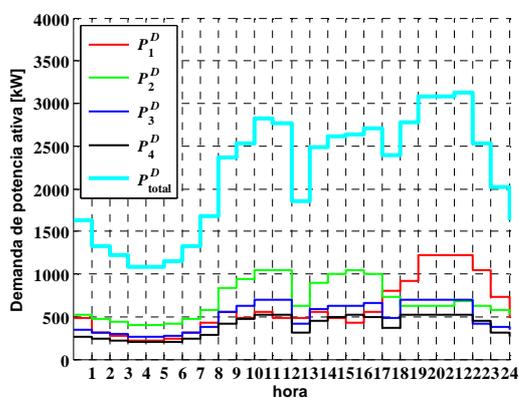
tram-se na Tabela 2, sendo a curva de carga correspondente mostrada na Figura 2. Neste sistema podem-se observar diferentes tipos de curvas de carga. A Barra 1 apresenta característica tipicamente residencial (maior consumo no horário da ponta); a Barra 2 apresenta característica tipicamente industrial (consumo reduzido no horário da ponta); as demais barras apresentam características híbridas.

Da mesma forma, como ilustrado na Figura 2, observa-se uma significativa variação nas demandas de potência ativa e reativa nas cargas de um alimentador qualquer do sistema de distribuição. Tal variação ocorre ao longo das horas do dia, entre os dias da semana e no decorrer das estações do ano. A representação de cada um destes instantes não é viável, pois torna os problemas de otimização associados intratáveis, razão pela qual geralmente são empregados valores máximos ou médios. Contudo, o uso dos valores máximos ou médios não é adequado quando se deseja verificar a regulação da tensão nodal (como definido pela Resolução 505 da ANEEL), pois é necessário determinar a variação da tensão de atendimento. Deve-se ainda observar que os consumos máximos e mínimos não são simultâneos para todos consumidores.

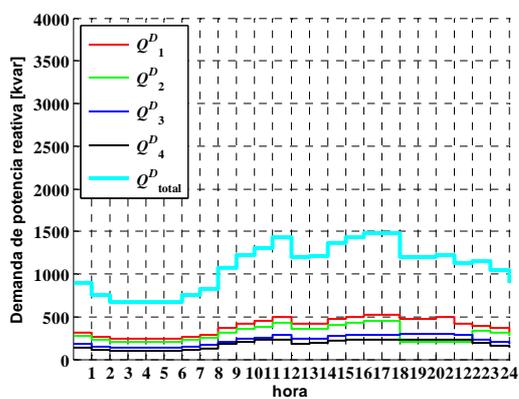
Assim, para a análise do impacto provocado pela inclusão de bancos de capacitores fixos e chaveáveis, é necessário considerar a variação diária do carregamento, podendo esta análise ser realizada para cada uma das horas do dia ou por intermédio de alguma

aproximação que possa ser representativa. Neste trabalho, para descrever a variação da carga são empregados alguns níveis de carregamento (por exemplo, três níveis) com duração variável (por exemplo, de 4, 12 e 8 horas, respectivamente), representando as situações de carregamento variado (para o exemplo, máximo, médio e mínimo, respectivamente). Caso necessário, um número de níveis maior ou menor pode ser empregado, sem alterações no processo utilizado. No caso de se utilizar 24 níveis, a representação será exata.

Os horários associados aos carregamentos máximo, médio e mínimo são determinados a partir da curva de demanda total de potência ativa diária do alimentador, mostrada na Figura 2(a), que é ordenada da maior demanda de potência ativa para a menor, conforme mostrado na Figura 3(a). Utilizando esta mesma ordenação horária, as demandas de potência reativa são apresentadas na Figura 3(b). Observar que a Figura 3 também mostra os valores médios de potência ativa e reativa que são demandados nos horários que definem os três níveis de carregamento considerados. Os quatro horários de maior demanda do alimentador, que correspondem ao carregamento máximo, são respectivamente os seguintes: 21, 19, 20 e 10 horas. Os doze horários seguintes, que correspondem ao carregamento médio, são: 8, 9, 11 a 18, 22 e 23 horas. Os oito horários restantes correspondem ao carregamento mínimo. A Tabela 3 apresenta os valores médios obtidos para cada nível de carre-

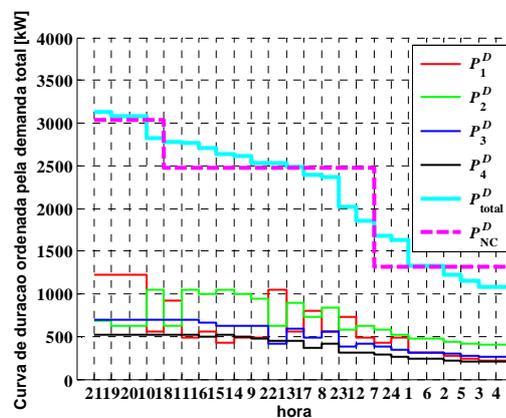


(a) Demanda de potência ativa.

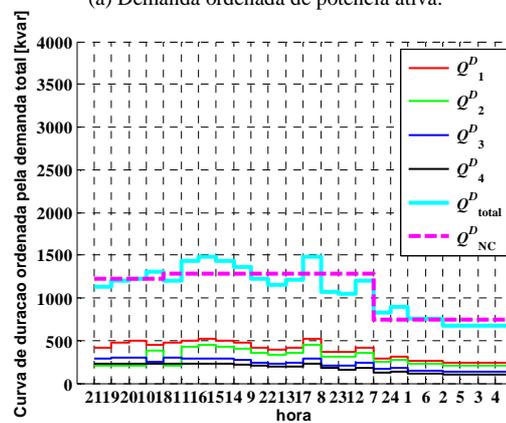


(b) Demanda de potência reativa.

Figura 2. Demanda horária de potência ativa e reativa.



(a) Demanda ordenada de potência ativa.



(b) Demanda ordenada de potência reativa.

Figura 3. Demanda ordenada de potência ativa e reativa para obtenção dos níveis médios de carregamento.

gamento, considerando os horários definidos anteriormente.

Nas Figuras 4 e 5 são apresentados os valores horários de demanda de potência ativa e reativa em cada uma das quatro barras do sistema e os valores médios, utilizados para representar a variação da carga segundo os três níveis de carregamento. Observar que nem sempre os horários de maior carregamento do alimentador coincidem com os horários de maior demanda de uma barra específica. Por exem-

plo, a Barra 2, durante os horários de maior demanda do alimentador, apresenta uma demanda média inferior à demanda observada durante os horários nos quais o alimentador apresenta carregamento médio.

Diferentemente do fluxo de carga convencional, onde cargas são representadas por demandas constantes de potência, no modelo simplificado apresentado neste trabalho, as cargas são representadas por intermédio de demandas constantes de corrente, constituídas por duas parcelas: 1) uma real, relacionada com a

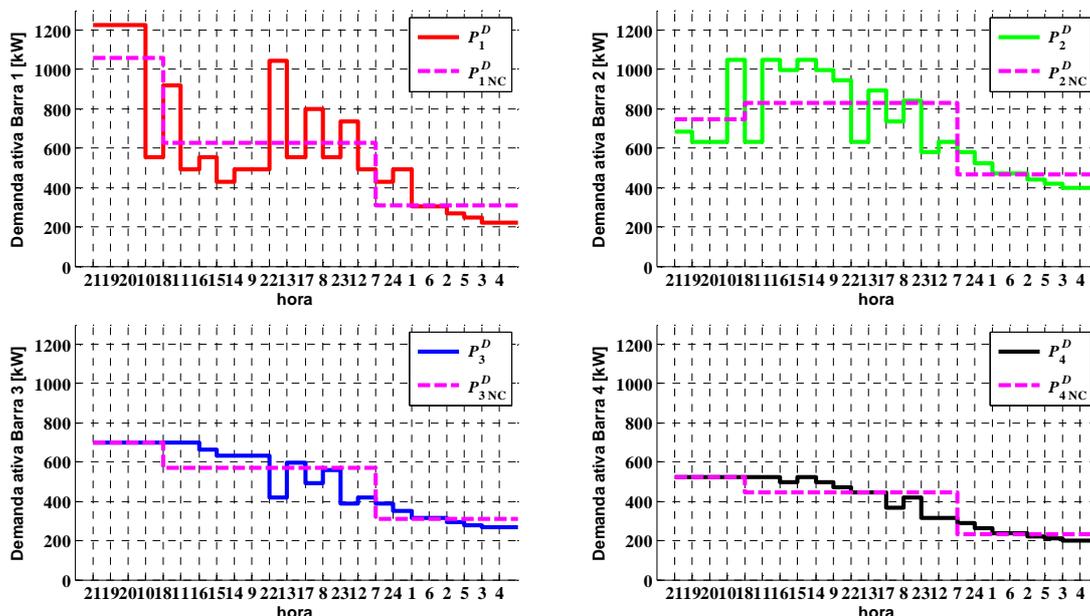


Figura 4. Demanda de potência ativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.

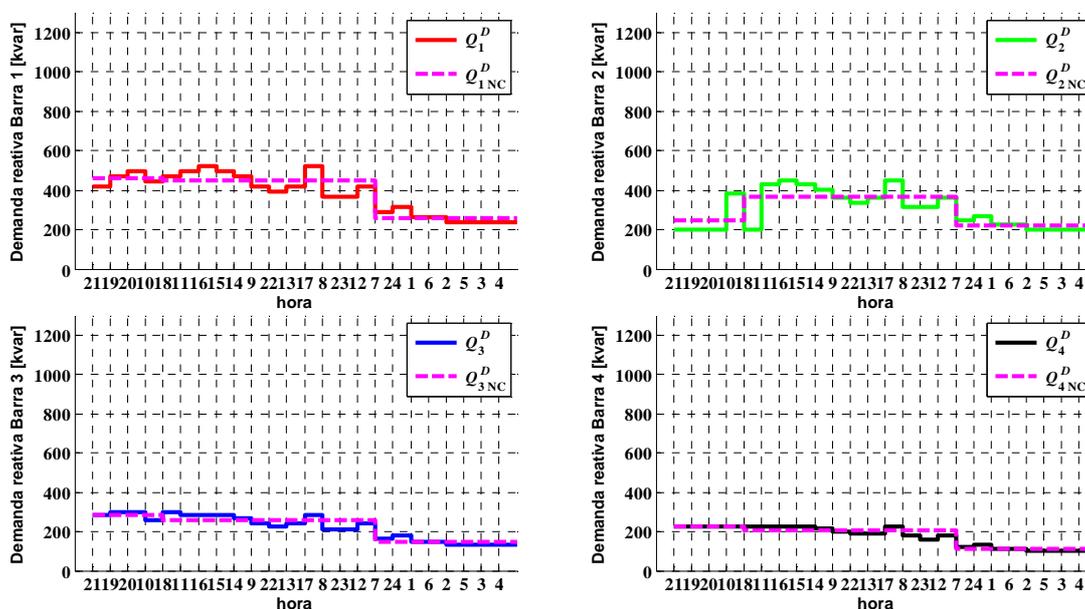


Figura 5. Demanda de potência reativa horária e valores médios de cada nível de carregamento.

Tabela 3. Demandas das barras para cada nível de carregamento.

Nível de carregamento	Duração [horas/dia]	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
		kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar	kW	kvar
1 (máximo)	4	1056,56	459,38	748,13	247,50	700,00	285,00	525,00	225,00
2 (médio)	12	627,81	448,44	831,25	367,50	568,75	256,25	446,25	203,44
3 (mínimo)	8	310,84	259,22	463,31	222,19	308,88	148,13	231,66	111,09

potência ativa; e 2) outra imaginária, relacionada com a potência reativa. Os fluxos nos ramos também são constituídos por estas mesmas parcelas, sendo obtidos a partir da imposição da Lei de Kirchhoff das Correntes para todos os nós da rede, considerando as duas parcelas que constituem a corrente.

### 2.1. Determinação das correntes nodais

As correntes demandadas em cada nó são obtidas a partir das demandas de potência ativa e reativa da Tabela 3, considerando que todas as barras do sistema operam sob tensão nominal. Assim, a demanda de corrente só depende da demanda de potência ativa e reativa de cada nível de carregamento, sendo considerado que: 1) as cargas são trifásicas e equilibradas; 2) os ângulos de fase das tensões são idênticos e iguais a zero; e 3) as magnitudes das tensões são iguais aos seus valores nominais.

Considerando o circuito equivalente por fase e utilizando grandezas por unidade, as correntes demandadas pelas cargas para cada nível de carregamento são obtidas pela seguinte expressão:

$$d_{i,j}^{\text{Re}} + jd_{i,j}^{\text{Im}} = \left( \frac{\bar{S}_{i,j}^D}{\bar{V}_{i,j}} \right)^* \approx \left( \bar{S}_{i,j}^D \right)^* = P_{i,j}^D - jQ_{i,j}^D \quad (1)$$

sendo  $d_{i,j}^{\text{Re}}$  e  $d_{i,j}^{\text{Im}}$  as componentes real e imaginária da corrente demandada em pu na Barra  $i$  para o nível de carregamento  $j$ ;  $\bar{S}_{i,j}^D = P_{i,j}^D + jQ_{i,j}^D$  a demanda de potência complexa em pu na Barra  $i$  para o nível de carregamento  $j$ ; e  $\bar{V}_{i,j}$  o fasor tensão na Barra  $i$  em pu para o nível de carregamento  $j$ . Considera-se que  $\bar{V}_{i,j} = 1 \angle 0$  pu,  $\forall i, j$ . Para as demandas médias de cada nível de carregamento da Tabela 3, podem-se obter as correntes demandadas mostradas na Tabela 4. Como as cargas desta rede têm natureza indutiva, são representadas por demandas com parte real positiva e parte imaginária negativa.

Utilizando as demandas da Tabela 3, pode-se resolver o fluxo de carga para os três níveis de carregamento, obtendo-se as tensões mostradas na Tabela 5. A comparação entre as tensões nodais obtidas utilizando-se os valores médios de cada nível de car-

regamento, mostrados na Tabela 3, e as tensões nodais obtidas considerando as demandas horárias encontra-se na Figura 6. Os valores obtidos a partir dos carregamentos médios são bastante próximos dos valores médios das tensões horárias, sendo as maiores diferenças observadas na Barra 2.

### 3 Representação dos bancos capacitores

No modelo apresentado neste trabalho, a instalação de um banco de capacitores em uma determinada barra corresponde à inclusão de uma demanda de corrente adiantada com relação à tensão, ou seja, uma demanda com parte imaginária positiva (indicando fornecimento de potência reativa). O valor da demanda de corrente associada a cada banco  $(jd_{i,j}^{\text{Im}})^{\text{BC}}$  é determinado a partir da sua potência nominal, considerando que o mesmo opera com tensão nominal:

$$(jd_{i,j}^{\text{Im}})^{\text{BC}} = \left( \frac{jQ_i^{\text{BC}}}{\bar{V}_{i,j}} \right)^* \approx -jQ_i^{\text{BC}} \quad (2)$$

Sendo  $Q_i^{\text{BC}}$  a potência reativa em pu do banco instalado na Barra  $i$  para qualquer nível de carregamento  $j$ . Assim, a demanda associada a um banco de capacitores de  $-1200$  kvar é igual a  $j1,2$  pu. Para avaliar o impacto da inclusão de um banco de capacitores em um determinado nó da rede, o termo obtido pela expressão (2) deve ser acrescido à demanda deste nó, previamente calculada pela expressão (1).

### 4 Representação da rede

Para representar a rede de distribuição é utilizado um modelo linearizado, definido a partir dos pontos de operação que caracterizam os níveis de carregamento. No modelo desenvolvido, os fasores tensão são representados por grandezas reais que representam apenas a sua magnitude (o ângulo de fase é considerado nulo para todas as tensões); as impedâncias e as correntes são representadas por duas parcelas cada. As quedas de tensão nos ramos da rede são calculadas a partir de uma aproximação do produto do fasor corrente pelo seu respectivo fasor impedância.

As correntes que representam as demandas, fon-

Tabela 4. Correntes demandadas para cada nível de carregamento considerando tensão nominal (valores em pu).

Nível de carregamento	Barra 1		Barra 2		Barra 3		Barra 4	
	$d_1^{\text{Re}}$	$d_1^{\text{Im}}$	$d_2^{\text{Re}}$	$d_2^{\text{Im}}$	$d_3^{\text{Re}}$	$d_3^{\text{Im}}$	$d_4^{\text{Re}}$	$d_4^{\text{Im}}$
1 (máximo)	1,0566	-0,4594	0,7481	-0,2475	0,7000	-0,2850	0,5250	-0,2250
2 (médio)	0,6278	-0,4484	0,8313	-0,3675	0,5687	-0,2562	0,4462	-0,2034
3 (mínimo)	0,3108	-0,2592	0,4633	-0,2222	0,3089	-0,1481	0,2317	-0,1111

Tabela 5. Magnitude das tensões nodais em função do nível de carregamento.

Nível de carregamento	Duração [horas/dia]	Barra 1: $V_1^{\text{FC}}$		Barra 2: $V_2^{\text{FC}}$		Barra 3: $V_3^{\text{FC}}$		Barra 4: $V_4^{\text{FC}}$	
		pu	kV	pu	kV	pu	kV	pu	kV
1 (máximo)	4	0,9514	13,13	0,9047	12,48	0,9299	12,83	0,9273	12,80
2 (médio)	12	0,9556	13,19	0,9029	12,46	0,9378	12,94	0,9298	12,83
3 (mínimo)	8	0,9763	13,47	0,9481	13,08	0,9668	13,34	0,9626	13,28

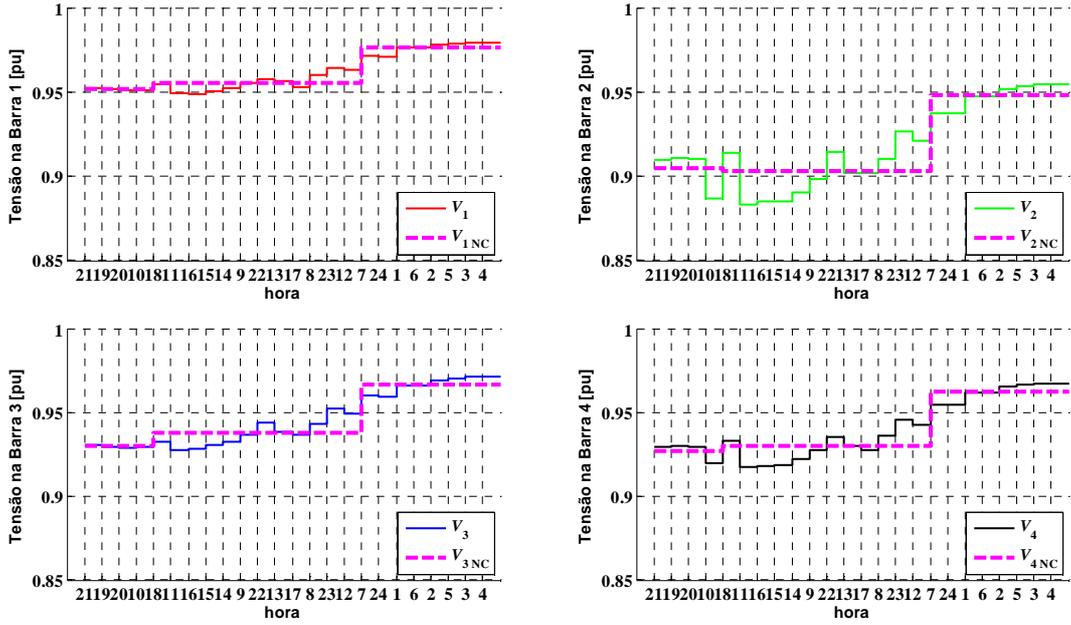


Figura 6. Tensões nodais obtidas com valores horários e médios por nível de carregamento.

tes e elementos de compensação em derivação (capacitores e reatores), possuem duas componentes: uma parcela real, relacionada com a potência ativa; outra parcela imaginária, relacionada com a potência reativa. Assim, os fluxos e demandas de corrente mostrados na Figura 7 apresentam a seguinte forma:

$$f_{b1} = f_{b1}^{\text{Re}} + jf_{b1}^{\text{Im}} \quad (3)$$

$$d_{n2} = d_{n2}^{\text{Re}} + jd_{n2}^{\text{Im}} \quad (4)$$

sendo  $f_{b1}^{\text{Re}}$  e  $f_{b1}^{\text{Im}}$  as parcelas real e imaginária da corrente no ramo  $b1$ , e sendo  $d_{n2}^{\text{Re}}$  e  $d_{n2}^{\text{Im}}$  as parcelas real e imaginária da corrente demandada no nó  $n2$ .

Para cada nível de carregamento, as correntes demandadas são calculadas através da equação (1), considerando a tensão nominal de operação. As correntes nos ramos podem ser diretamente determinadas por intermédio da aplicação da Lei de Kirchoff das Correntes. Para o ramo  $b1$  da Figura 7, tem-se:

$$f_{b1} = d_{n2} + f_{b2} + f_{b3} \quad (5)$$

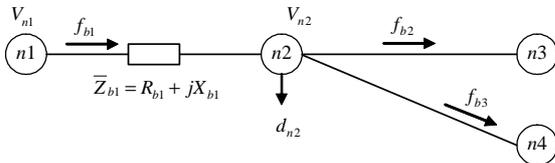


Figura 7. Trecho de rede entre dois nós.

Separando as partes real e imaginária da corrente do ramo  $b1$ , a expressão (5) pode ser substituída pelas seguintes expressões que envolvem apenas variáveis reais:

$$f_{b1}^{\text{Re}} = d_{n2}^{\text{Re}} + f_{b2}^{\text{Re}} + f_{b3}^{\text{Re}} \quad (6)$$

$$f_{b1}^{\text{Im}} = d_{n2}^{\text{Im}} + f_{b2}^{\text{Im}} + f_{b3}^{\text{Im}} \quad (7)$$

Da mesma forma que a corrente, a impedância série dos ramos apresenta duas componentes: uma real (resistência) e outra imaginária (reatância), conforme segue.

$$\bar{Z}_{b1} = R_{b1} + jX_{b1} \quad (8)$$

Considerando as correntes e impedâncias dos ramos definidas pelas expressões (6), (7) e (8), a queda de tensão complexa em um determinado trecho de alimentador é dada pelo produto da impedância série do ramo pela corrente. Para o trecho ilustrado na Figura 7, a queda de tensão é dada por:

$$\Delta \bar{V}_{b1} = \bar{V}_{n1} - \bar{V}_{n2} = (R_{b1} + jX_{b1})(f_{b1}^{\text{Re}} + jf_{b1}^{\text{Im}})$$

$$\Delta \bar{V}_{b1} = R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} + j(R_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} + X_{b1}f_{b1}^{\text{Re}})$$

Desprezando-se a parte imaginária, a expressão da queda de tensão pode ser simplificada para:

$$\Delta \bar{V}_{b1} = \bar{V}_{n1} - \bar{V}_{n2} \approx R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}}$$

Como os ângulos das tensões são considerados todos em fase e iguais a zero grau, os fasores tensão podem ser substituídos por suas magnitudes, resultando em:

$$\Delta V_{b1} = V_{n1} - V_{n2} = R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} \quad (9)$$

Por intermédio de diversos experimentos foi observado que o modelo linearizado da expressão (9) apresentava melhores resultados quando o fator de ajuste  $K_{b1}$  era introduzido no cálculo da queda de tensão, resultando no modelo aproximado (MA):

$$\Delta V_{b1}^{\text{MA}} = V_{n1} - V_{n2} = K_{b1}R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}} - X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}} \quad (10)$$

sendo o fator  $K_{b1}$  calculado para cada ramo do circuito, de forma que a solução obtida pelo MA seja igual à solução exata do fluxo de carga do caso base  $\Delta V_{b1}^{\text{FC}}$ , em torno do qual o modelo linear está sendo desenvolvido. Assim, o fator  $K_{b1}$  é dado por:

$$K_{b1} = \frac{\Delta V_{b1}^{\text{FC}} + X_{b1}f_{b1}^{\text{Im}}}{R_{b1}f_{b1}^{\text{Re}}} \quad (11)$$

Para a rede da Figura 1, com as demandas de corrente dadas pela Tabela 4, as correntes nos ramos podem ser determinadas por intermédio da aplicação

da Lei de Kirchhoff das Correntes, obtendo-se os valores mostrados na Tabela 6. Utilizando os valores exatos das tensões nodais da Tabela 5, são calculados fatores de ajuste, mostrados na Tabela 7, por intermédio da expressão (11). Observar que são obtidos fatores diferentes para cada ramo e para cada nível de carregamento.

Utilizando-se a expressão (10), juntamente com os fatores de ajuste da Tabela 7, obtém-se para o caso base a tensão exata, pois os fatores foram determinados utilizando a expressão (11). As quedas de tensão nos ramos obtidas por intermédio do MA – equação (10) – são apresentadas na Tabela 8.

## 5 Avaliação do modelo

Para avaliar o MA, foi realizada a simulação da instalação de bancos de capacitores banco de 1200 kvar (próximo à demanda máxima), em cada uma das barras da rede, implicando alterações na parte imaginária das correntes  $f_b^{Im}$  (mostradas na Tabela 6) e nas quedas de tensão nos ramos (mostradas na Tabela 8), conforme o local de instalação do banco. A Tabela 9 mostra a comparação entre o resultado obtido pelo MA e a solução exata do fluxo de carga não linear. Para cada local de instalação do banco e nível de carregamento NC, apresentam-se as tensões obtidas

Tabela 6. Correntes nos ramos para cada nível de carregamento (valores em pu).

Nível de carregamento	Ramo 1-3		Ramo 1-4		Ramo 1-5		Ramo 2-4	
	$f_1^{Re}$	$f_1^{Im}$	$f_2^{Re}$	$f_2^{Im}$	$f_3^{Re}$	$f_3^{Im}$	$f_4^{Re}$	$f_4^{Im}$
1 (máximo)	0,7000	-0,2850	1,2731	-0,4725	-3,0297	1,2169	-0,7481	0,2475
2 (médio)	0,5687	-0,2562	1,2775	-0,5709	-2,4741	1,2756	-0,8313	0,3675
3 (mínimo)	0,3089	-0,1481	0,6950	-0,3333	-1,3147	0,7406	-0,4633	0,2222

Tabela 7. Fatores de ajuste para os ramos no MA (valores em pu).

NC	Ramo 1-3		Ramo 1-4		Ramo 1-5		Ramo 2-4	
	$\Delta V_{b1}^{FC}$	$K_{b1}$	$\Delta V_{b2}^{FC}$	$K_{b2}$	$\Delta V_{b3}^{FC}$	$K_{b3}$	$\Delta V_{b4}^{FC}$	$K_{b4}$
1	0,0215	1,0995	0,0241	1,1513	-0,0486	1,1894	-0,0226	1,1333
2	0,0178	1,0893	0,0258	1,1623	-0,0444	1,1976	-0,0269	1,1441
3	0,0095	1,0469	0,0137	1,0848	-0,0237	1,1039	-0,0146	1,0748

Tabela 8. Quedas de tensão nos ramos para cada nível de carregamento (valores em pu).

Nível de carregamento	$\Delta V_{b1}^{MS2}$	$\Delta V_{b2}^{MS2}$	$\Delta V_{b3}^{MS2}$	$\Delta V_{b4}^{MS2}$
1 (máximo)	0,0215	0,0241	-0,0486	-0,0226
2 (médio)	0,0178	0,0258	-0,0444	-0,0269
3 (mínimo)	0,0095	0,0137	-0,0237	-0,0146

Tabela 9. Resultados Modelo Aproximado (MA) versus fluxo de carga (valores em pu)

Banco de 1200 kvar na Barra 1												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	$V_1^{MA}$	$V_1^{FC}$	$\epsilon_1$ [%]	$V_2^{MA}$	$V_2^{FC}$	$\epsilon_2$ [%]	$V_3^{MA}$	$V_3^{FC}$	$\epsilon_3$ [%]	$V_4^{MA}$	$V_4^{FC}$	$\epsilon_4$ [%]
1	0,9710	0,9710	-0,01	0,9243	0,9254	-0,12	0,9494	0,9499	-0,06	0,9469	0,9475	-0,06
2	0,9751	0,9753	-0,02	0,9225	0,9238	-0,15	0,9573	0,9579	-0,05	0,9494	0,9501	-0,08
3	0,9959	0,9961	-0,02	0,9676	0,9684	-0,08	0,9864	0,9868	-0,04	0,9822	0,9827	-0,05
Banco de 1200 kvar na Barra 2												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	$V_1^{MA}$	$V_1^{FC}$	$\epsilon_1$ [%]	$V_2^{MA}$	$V_2^{FC}$	$\epsilon_2$ [%]	$V_3^{MA}$	$V_3^{FC}$	$\epsilon_3$ [%]	$V_4^{MA}$	$V_4^{FC}$	$\epsilon_4$ [%]
1	0,9710	0,9703	0,07	0,9619	0,9607	0,12	0,9494	0,9491	0,03	0,9649	0,9637	0,12
2	0,9751	0,9745	0,06	0,9601	0,9595	0,06	0,9573	0,9571	0,02	0,9673	0,9664	0,09
3	0,9959	0,9959	0,00	1,0052	1,0058	-0,06	0,9864	0,9865	-0,02	1,0001	1,0002	-0,01
Banco de 1200 kvar na Barra 3												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	$V_1^{MA}$	$V_1^{FC}$	$\epsilon_1$ [%]	$V_2^{MA}$	$V_2^{FC}$	$\epsilon_2$ [%]	$V_3^{MA}$	$V_3^{FC}$	$\epsilon_3$ [%]	$V_4^{MA}$	$V_4^{FC}$	$\epsilon_4$ [%]
1	0,9710	0,9706	0,04	0,9243	0,9249	-0,07	0,9691	0,9685	0,06	0,9469	0,9471	-0,02
2	0,9751	0,9750	0,02	0,9225	0,9235	-0,11	0,9770	0,9767	0,03	0,9494	0,9498	-0,04
3	0,9959	0,9960	-0,01	0,9676	0,9683	-0,07	1,0060	1,0063	-0,02	0,9822	0,9826	-0,04
Banco de 1200 kvar na Barra 4												
NC	Barra 1			Barra 2			Barra 3			Barra 4		
	$V_1^{MA}$	$V_1^{FC}$	$\epsilon_1$ [%]	$V_2^{MA}$	$V_2^{FC}$	$\epsilon_2$ [%]	$V_3^{MA}$	$V_3^{FC}$	$\epsilon_3$ [%]	$V_4^{MA}$	$V_4^{FC}$	$\epsilon_4$ [%]
1	0,9710	0,9708	0,02	0,9422	0,9430	-0,08	0,9494	0,9497	-0,03	0,9649	0,9647	0,02
2	0,9751	0,9750	0,01	0,9404	0,9417	-0,13	0,9573	0,9576	-0,03	0,9673	0,9674	-0,01
3	0,9959	0,9961	-0,02	0,9856	0,9867	-0,11	0,9864	0,9868	-0,04	1,0001	1,0007	-0,05

pelo MA (colunas  $V_i^{MA}$ ), os valores exatos obtidos pelo fluxo de carga (colunas  $V_i^{FC}$ ) e as diferenças percentuais com relação aos valores exatos (colunas  $\varepsilon_i$ ). Observa-se que os valores obtidos pelo modelo simplificado para as tensões nodais são quase sempre muito próximos dos valores exatos e as diferenças sempre inferiores a 0,15%. Quando são utilizados bancos de capacitores de menor potência, ou quando esta potência é distribuída em algumas unidades, as diferenças com relação aos valores exatos são ainda menores. Embora a rede utilizada como exemplo seja constituída por um reduzido número de nós, deve, contudo, ser observado que foram analisadas situações bastante desfavoráveis, a saber: 1) demanda máxima superior a 3 MVA; 2) demanda concentrada em poucas barras; 3) queda de tensão máxima próxima a 10%.

## 6 Conclusão

O modelo aproximado apresentado neste trabalho é capaz de representar de forma adequada a rede de distribuição de energia elétrica nos problemas relacionados com a instalação de equipamentos de compensação de potência reativa. Os resultados obtidos com a utilização deste modelo linearizado mostram excelente proximidade com relação à solução do fluxo de carga não linear.

Associado ao modelo aproximado de rede, foi apresentado um método simplificado para representação da variação da carga, por intermédio de curvas de duração individuais para cada barra. Assim, é possível representar o comportamento diário de uma rede de distribuição por intermédio de relações lineares, escritas para um número reduzido de níveis de carregamento.

Em virtude dos limites de variação de tensão e dos prazos para regularização impostos pela Resolução 505 da ANEEL terem atingido seus valores finais mínimos em 2007, os problemas relacionados com a regulação de tensão em redes de distribuição vêm adquirindo cada vez mais importância. Desta forma, a necessidade de manter a tensão de todos os consumidores dentro da faixa adequada torna-se uma obrigação, sujeita a severas penalidades. Assim, é essencial o desenvolvimento de modelos capazes de representar com fidelidade o comportamento de redes de distribuição.

A utilização do modelo aproximado apresentado neste trabalho viabiliza uma nova abordagem para os problemas relacionados com a rede de distribuição de energia, permitindo que restrições lineares que representam a rede sejam diretamente incorporadas a modelos de otimização. Trata-se de uma alternativa para a abordagem mais freqüente que consiste em empregar as equações não lineares do fluxo de carga con-

vencional em conjunto com métodos heurísticos de otimização (Carlisle, 1997; Ng *et al.*, 2000).

Os modelos simplificados apresentados foram elaborados levando em consideração que os alimentadores e cargas são trifásicos e equilibrados, representados por um circuito equivalente por fase. Caso existam cargas ou trechos de alimentadores monofásicos, bifásicos ou desequilibrados, é possível estender a formulação, utilizando um modelo trifásico de forma praticamente direta.

## Agradecimentos

O desenvolvimento deste trabalho foi parcialmente apoiado pela Companhia Estadual de Energia Elétrica (CEEE), através de seus programas P&D ANEEL.

## Referências Bibliográficas

- Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). *Resolução no 505, 26 de novembro de 2001*.
- Carlisle, J. C., El-Keib, A. A., Boyd, D., Nolan, K. (1997). A Review of Capacitor Placement Techniques on Distribution Feeders, *Proceedings of the Twenty-Ninth Symposium on System Theory*, pp.359–365.
- Haffner, S., Pereira, L. F., Pereira, L. A., Barreto, L. (2006). Modelo multi-estágio de otimização para o planejamento da expansão de sistemas de distribuição. *Sba Controle & Automação*, **17**(4): 478–492.
- Haffner, S., Pereira, L. F., Pereira, L. A., Barreto, L. (2008a). Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - Part I: problem formulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, **23**(2): 915–923.
- Haffner, S., Pereira, L. F., Pereira, L. A., Barreto, L. (2008b). Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation - Part II: numerical results. *IEEE Transactions on Power Delivery*, **23**(2): 924–929.
- Marchesan, M. M., Haffner, S., Lemos, F. A. B., Pereira, L. A., Gasperin, L. V. (2005). Modelos simplificados para otimização de redes de distribuição de energia elétrica, *VI Congresso Latinoamericano de Generación y Transporte de Energía Eléctrica*, Mar del Plata, pp.1–6.
- Monticelli, A. e Garcia, A. (2003). *Introdução a sistemas de energia elétrica*. Editora da Unicamp, 251 p.
- Ng, H. N., Salama, M. M., Chikhani, A. Y. (2000). Classification of Capacitor Allocation Techniques, *IEEE Transactions on Power Delivery*, **15**(1): 387–392.
- Romero, R., Monticelli, A., Garcia, A. e Haffner, S. (2002). Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, **149**(1): 27–36.