

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA – DEE
BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

MAURICIO BORCHARDT

CONTROLE DIGITAL DE UM CONVERSOR QUADRÁTICO

**JOINVILLE – SC
2017**

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEE
BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

MAURICIO BORCHARDT

CONTROLE DIGITAL DE UM CONVERSOR QUADRÁTICO

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Bacharelado em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, para a obtenção do Grau de Engenheiro Eletricista.

Orientador: Prof. Dr. Yales Rômulo de Novaes
Coorientador: Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuó

**JOINVILLE –SC
2017**

RESUMO

BORCHARDT, Mauricio. **Controle digital de um conversor quadrático**. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Elétrica). Universidade do Estado de Santa Catarina. Joinville, 2018.

O presente trabalho tem por objetivo o desenvolvimento de um sistema de controle digital para o conversor CC-CC boost quadrático de três níveis. Para o desenvolvimento do sistema de controle foram obtidos modelos matemáticos que descrevem o comportamento do conversor.

A técnica de modelagem utilizada é o método de valores médios quase instantâneos, largamente empregado na modelagem de conversores de potência, que consiste na verificação do efeito causado por uma perturbação em uma variável durante um período de chaveamento.

O sistema de controle desenvolvido utiliza três malhas: malha de controle da corrente de entrada do conversor, malha de tensão de saída total e malha de tensão diferencial.

Os resultados são apresentados em simulações para validação dos modelos matemáticos do conversor e para verificação do funcionamento do conversor em malha fechada.

Palavras chave: Conversor boost quadrático de três níveis. Conversor de alto ganho. Modelagem. Controle digital.

ABSTRACT

BORCHARDT, Mauricio. **Digital control of a quadratic converter.** Final work (Bachelor's degree in Electrical Engineering). Santa Catarina State University. Joinville, 2018.

This work has the objective of developing a digital control system for the three-level quadratic boost DC-DC converter. The development of the control system is based on mathematical models obtained to describe the behavior of the converter.

The technique used is the small signal modelling, widely used in the modeling of power converters. The method consists in checking the effect caused by a disturbance on a variable during a switching period.

The developed control system uses three loops: converter input current control loop, total output voltage loop and differential voltage loop. The results are presented in simulations to validate the mathematical models of the converter and to verify the operation of the converter closed loop.

Keywords: Three-level quadratic boost converter. High gain converter. Modelling. Digital control.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Conversor T-LQ Boost	8
Figura 2 - Primeira etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC	10
Figura 3 - Segunda etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC	10
Figura 4 - Terceira etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC	10
Figura 5 - Quarta etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC	11
Figura 6 - Principais formas de onda do conversor para $D < 0,5$ em MCC	12
Figura 7 - Primeira etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC	14
Figura 8 - Segunda etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC	15
Figura 9 - Terceira etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC	15
Figura 10 - Quarta etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC	15
Figura 11 - Principais formas de onda do conversor para $D > 0,5$ em MCC	16
Figura 12 - Circuito simulado.....	19
Figura 13 - Formas de onda de tensão na saída e no capacitor intermediário para $D=0,4$	19
Figura 14 - Formas de onda de corrente nos indutores para $D=0,4$	20
Figura 15 - Formas de onda de tensão na saída e no capacitor intermediário para $D=0,7885$	20
Figura 16 - Formas de onda de corrente nos indutores para $D=0,7885$	21
Figura 17 - Estratégia de controle para o TLQ Boost	25
Figura 18 - Primeira e terceira etapa de operação do conversor com $D > 0,5$	26
Figura 19 - Segunda etapa de operação do conversor com $D > 0,5$	27
Figura 20 - Quarta etapa de operação do conversor com $D > 0,5$	28
Figura 21 - Matriz A equivalente.....	32
Figura 22 - Matriz A equivalente simplificada	32
Figura 23 - Diagrama de pólos e zeros da planta G_{ids} com RSE	38
Figura 24 - Diagrama de pólos e zeros da planta G_{ids} sem RSE	38
Figura 25 - Gráfico de bode da magnitude de G_{ids} com e sem RSE	39
Figura 26 - Gráfico de bode da fase de G_{ids} com e sem RSE	39
Figura 27 - Diagrama de pólos e zeros dominantes da planta G_{vis} com RSE	43
Figura 28 - Diagrama de pólos e zeros dominantes da planta G_{vis} sem RSE	43
Figura 29 - Gráfico de bode da magnitude de G_{vis} com e sem RSE	44
Figura 30 - Gráfico de bode da fase de G_{vis} com e sem RSE	44
Figura 31 - Sinais de comando nas chaves	45
Figura 32 - Circuito de saída para primeira e terceira etapa de operação	45
Figura 33 - Circuito de saída para a segunda etapa de operação.....	46
Figura 34 - Circuito de saída para a quarta etapa de operação	46
Figura 35 - Gráfico de bode da magnitude de G_{vdifs} com e sem RSE	49
Figura 36 - Gráfico de bode da fase de G_{vdifs} com e sem RSE	49
Figura 37 - Circuito utilizado para a validação de $G_{id}(s)$	51
Figura 38 - Gráfico de magnitude de $G_{id}(s)$	54
Figura 39 - Gráfico de fase de $G_{id}(s)$	54
Figura 40 - Gráfico de magnitude de $G_{vd}(s)$	55

Figura 41 - Gráfico de fase de $G_{vd}(s)$	56
Figura 42 - Gráfico de magnitude de $G_{vi}(s)$	58
Figura 43 - Gráfico de fase de $G_{vi}(s)$	58
Figura 44 - Circuito utilizado para a validação de $G_{vdif}(s)$	60
Figura 45 - Gráfico de magnitude de $G_{vdif}(s)$	60
Figura 46 - Gráfico de fase de $G_{vdif}(s)$	61
Figura 47 - Circuito de condicionamento de corrente	62
Figura 48 - Circuito de condicionamento de tensão total	63
Figura 49 - Circuito de condicionamento de tensão diferencial	63
Figura 50 - Gráfico de módulo e fase do filtro	64
Figura 51 - Diagrama de blocos da malha de corrente	65
Figura 52 - Função de transferência em laço aberto da malha de corrente compensada	66
Figura 53 - Diagrama de blocos da malha de tensão total	67
Figura 54 - Gráfico em laço aberto da malha de tensão total compensada	68
Figura 55 - Diagrama de blocos da malha de tensão diferencial	69
Figura 56 - Gráfico de laço aberto da malha de tensão diferencial	70
Figura 57 - Circuito simulado em malha fechada	71
Figura 58 - Tensão de saída para degrau de carga de 100%	72
Figura 59 - Correntes nos indutores para degrau de carga de 100%	72
Figura 60 - Tensão de saída para degrau de carga de 1000%	73
Figura 61 - Correntes nos indutores para degrau de carga de 1000%	73
Figura 62 - Circuito simulado com duas cargas conectadas ao ponto médio	74
Figura 63 - Tensões de saída para cargas diferentes ligadas ao ponto médio ...	74
Figura 64 - Tensão de saída e tensão de entrada triangular	75
Figura 65 - Corrente nos indutores para tensão de entrada triangular	75
Figura 66 - Esquemático do conversor	77
Figura 67 - Vista superior do layout do conversor	78
Figura 68 - Circuito de comando	78
Figura 69 - Placa de comando	79
Figura 70 - Vista superior do circuito de condicionamento	79
Figura 71 - Protótipo desenvolvido	80
Figura 72 - Protótipo em funcionamento	80
Figura 73 - Tensão e corrente de entrada	81
Figura 74 - Tensão sobre o indutor L1	81
Figura 75 - Tensão sobre o indutor L2	82
Figura 76 - Tensão sobre o capacitor intermediário	83
Figura 77 - Tensão sobre o capacitor de saída Co1	83
Figura 78 - Tensão sobre o capacitor de saída Co2	84
Figura 79 - Tensão sobre o braço de chaves	84
Figura 80 - Tensão e corrente na carga	85
Figura 81 - Função de transferência simbólica de $G_{id}(s)$ com RSE	88
Figura 82 - Função de transferência simbólica de $G_{vd}(s)$ com RSE	89
Figura 83 - Função de transferência simbólica de $G_{vi}(s)$ com RSE	89

LISTA DE ABREVIATURAS E SIMBOLOGIAS

$\Delta d(s)$	Variação da razão cíclica no domínio da frequência
$\Delta V_o(s)$	Variação da tensão de saída na frequência
$\Delta \hat{v}_o(t)$	Variação da tensão de saída no tempo
CC – CC	Corrente contínua para corrente contínua
C_o, C_{o1}, C_{o2}	Capacitâncias do filtro de saída do conversor
C_{oint}	Capacitância intermediária
D	Razão cíclica
D_1, D_2, D_3 e D_4	Diodos retificadores do conversor
L, L_1 e L_2	Indutâncias do conversor
MCC	Modo de condução contínua
MPPT	Maximum Power Point Tracking
S, S_1 e S_2	Interruptores do conversor
T-LQ Boost	Conversor Boost quadrático de três níveis
R_o	Resistência de carga
r_{o1}	Resistência série equivalente do capacitor C_{o1}
r_{o2}	Resistência série equivalente do capacitor C_{o2}
r_{oint}	Resistência série equivalente do capacitor C_{oint}
$i_{L1}(t)$ e $i_{L2}(t)$	Variação da corrente dos indutores L_1 e L_2
I_{L1} e I_{L2}	Corrente nos indutores L_1 e L_2 respectivamente
$d(s)$	Razão cíclica no domínio da frequência
$\hat{d}(s)$	Perturbação na razão cíclica
$G_{id}(s)$	Planta de corrente do conversor
$G_{vd}(s)$	Relação entre tensão de saída e razão cíclica
$G_{vi}(s)$	Planta de tensão total
$G_{vdiff}(s)$	Planta de tensão diferencial
V_{in}	Tensão de entrada do conversor
$v_{in}(t)$	Variação da tensão de entrada
V_{oint}	Tensão no capacitor intermediário
$v_{oint}(t)$	Variação de tensão no capacitor intermediário
$V_{oint}(s)$	Tensão do capacitor intermediário na frequência
V_o	Tensão de saída do conversor
$v_o(t)$	Variação da tensão de saída do conversor
$V_o(s)$	Tensão de saída do conversor na frequência
T_s	Período de chaveamento
ZOH	Retentor de ordem zero
K_{id}	Ganho do sensor de corrente
K_{vd}	Ganho do sensor de tensão diferencial
K_{vi}	Ganho do sensor de tensão total
K_{pwm}	Ganho do modulador PWM
PWM	Modulação por largura de pulso
RSE	Resistência série equivalente

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	6
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	CONVERSOR CC-CC BOOST QUADRÁTICO DE TRÊS NÍVEIS.....	8
2.2	TÉCNICA DE MODULAÇÃO	8
2.3	ANÁLISE EM MCC COM $D < 0,5$	9
2.3.1	ETAPAS DE OPERAÇÃO PARA $D < 0,5$	9
2.3.2	FORMAS DE ONDA PARA $D < 0,5$ EM MCC	11
2.3.3	EQUAÇÃO DE GANHO ESTÁTICO PARA $D < 0,5$	11
2.4	ANÁLISE EM MCC COM $D > 0,5$	14
2.4.1	ETAPAS DE OPERAÇÃO PARA $D > 0,5$	14
2.4.2	FORMAS DE ONDA PARA $D > 0,5$ EM MCC	16
2.4.3	EQUAÇÃO DE GANHO ESTÁTICO PARA $D > 0,5$	17
2.5	SIMULAÇÕES	18
3	MODELAGEM DO CONVERSOR BOOST QUADRÁTICO DE TRÊS NÍVEIS	22
3.1	ESTUDO DA TÉCNICA DE MODELAGEM	22
3.1.1	Método dos valores médios quase instantâneos	23
3.2	ESTUDO DA TÉCNICA DE CONTROLE	24
3.3	OBTENÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS	25
3.3.1	Obtenção do modelo $G_{id}(s)$	25
3.3.2	Obtenção do modelo $G_{vi}(s)$	40
3.3.3	Obtenção do modelo $G_{vdir}(s)$	44
4	VALIDAÇÃO DOS MODELOS OBTIDOS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA	51
4.1	VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{ID}(S)$	51
4.1.1	Circuito simulado para validação de $G_{id}(s)$	51
4.1.2	Resultados obtidos para a validação de $G_{id}(s)$	53
4.2	VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{VD}(S)$	55
4.2.1	Circuito simulado para validação de $G_{vd}(s)$	55
4.2.2	Resultados obtidos para a validação de $G_{vd}(s)$	55
4.3	VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{VI}(S)$	56
4.3.1	Circuito simulado para validação de $G_{vi}(s)$	56
4.3.2	Resultados obtidos para a validação de $G_{vi}(s)$	57

4.4	VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{VDIF}(S)$	59
4.4.1	Circuito simulado para validação de $G_{vdif}(s)$	59
4.4.2	Resultados obtidos para a validação de $G_{vdif}(s)$	60
5	PROJETO DO CIRCUITO DE CONDICIONAMENTO DE SINAL	62
6	PROJETO DOS CONTROLADORES	65
6.1	MALHA DE CORRENTE	65
6.2	MALHA DE TENSÃO TOTAL	67
6.3	MALHA DE TENSÃO DIFERENCIAL	69
7	SIMULAÇÕES DO CONVERSOR EM MALHA FECHADA.....	71
8	DESENSOLVIMENTO DO PROTÓTIPO	77
9	CONCLUSÃO.....	86
9.1	TRABALHOS FUTUROS.....	86
10	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	87
11	APÊNDICES.....	88

1 INTRODUÇÃO

Devido à crescente demanda por energia elétrica e à necessidade de redução do impacto ambiental, o desenvolvimento das fontes renováveis tem ganhado cada vez mais destaque. Dentre essas fontes está a energia solar fotovoltaica, no entanto painéis fotovoltaicos fornecem energia com baixa tensão, insuficiente para a alimentação de inversores. Esse problema pode ser contornado com o uso de conversores elevadores com alto ganho de tensão.

O conversor proposto em [1] tem como intenção ser utilizado em arranjos fotovoltaicos modulares, onde o rastreamento do ponto de máxima potência e a elevação de tensão é feita de maneira independente para cada módulo, possibilitando um controle preciso do rastreamento do ponto de máxima potência (MPPT). As perdas devido à incompatibilidade dos módulos são reduzidas e os efeitos do sombreamento parcial na eficiência do sistema também são reduzidos.

O foco desse trabalho é projetar um sistema de controle digital para o conversor Boost quadrático de três níveis. O T-LQ Boost é uma associação dos conversores boost em cascata com interruptor único e boost de três níveis. Este conversor fornece um elevado ganho de tensão, há diminuição dos esforços de tensão nos interruptores e a ondulação de corrente nos indutores é reduzida (CABRAL, 2013).

Sistemas de controle digital apresentam diversas vantagens em relação ao controle analógico, dentre essas vantagens podemos destacar: Maior confiabilidade, mais flexibilidade e menor sensibilidade a ruído.

Para implementação do sistema de controle digital é necessário obter modelos matemáticos que descrevem o comportamento do conversor, realizar o projeto dos controladores, projeto da placa de condicionamento de sinais e a construção do protótipo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo tem por objetivo fazer uma revisão das técnicas de modelagem e controle empregadas em conversores de alto ganho.

Em [4] é apresentada a modelagem de um conversor boost quadrático, que se assemelha muito ao T-LQ Boost, exceto pelo fato de possuir apenas uma saída. O processo de modelagem foi feito por meio do espaço de estados, técnica que permite obter um modelo de variáveis médias em espaço de estados, linearizando em torno de um ponto de operação se obtém um modelo linear válido para pequenas perturbações (CHAVES, 2015).

Conversores quadráticos geralmente apresentam zeros no semiplano direito do plano complexo, o que dificulta que um sistema de controle baseado em uma única malha tenha bom desempenho. Por esse motivo controladores baseados em multi-malhas são aplicados em conversores quadráticos. Em [5] é proposto um controle em cascata a partir de multi-malhas para o T-LQ Boost, sendo uma malha de corrente, uma malha de tensão diferencial e uma malha de tensão total.

Há dois métodos comumente usados para o projeto de controladores digitais, projetar o controlador no domínio S (contínuo) e digitalizá-lo por meio da transformada Z ou fazer o projeto diretamente no domínio Z . O segundo método é mais indicado, pois o primeiro apresenta problemas de fase e outras distorções decorrentes do processo de digitalização.

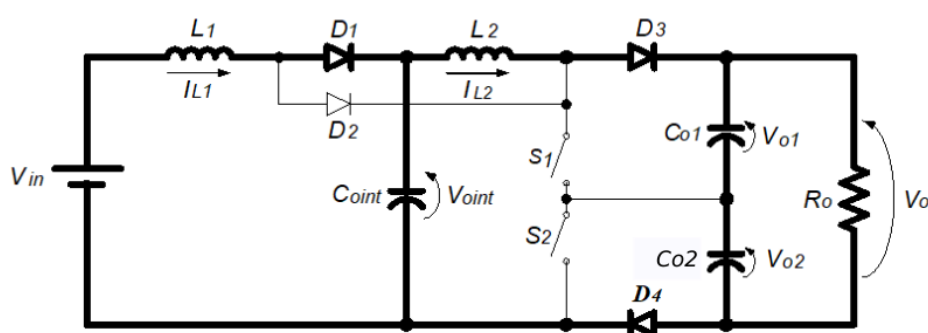
Em [6] é apresentado um sistema de controle digital para um conversor boost, a planta obtida é de tensão de saída em função da razão cíclica e um compensador de segunda ordem foi projetado diretamente no domínio Z (discreto), alocando-se os polos e zeros de modo a se ter a margem de fase, margem de ganho e banda desejados.

Nessa revisão será apresentado o funcionamento do T-LQ Boost, suas etapas de operação, formas de onda e equações de ganho estático.

2.1 CONVERSOR CC-CC BOOST QUADRÁTICO DE TRÊS NÍVEIS

Baseado nos conversores Boost quadrático e boost de três níveis, é proposto em [1] o conversor boost quadrático de três níveis, chamado de T-LQ Boost nesse trabalho. Em relação ao Boost quadrático convencional esse conversor possibilita a redução dos esforços de tensão sobre os capacitores de saída e sobre os interruptores, embora a corrente comutada pelos interruptores seja maior, dada pela soma das correntes dos indutores. A Figura 1 exibe o conversor T-LQ Boost.

Figura 1- Conversor T-LQ Boost



Fonte: [1]

Devido ao fato de possuir duas saídas, há um aumento da complexidade do sistema de controle, pois é necessária uma malha de controle para evitar desequilíbrio de tensão entre os capacitores de saída. Adiante será apresentada a técnica de modulação, etapas de operação, formas de onda e as equações para o ganho estático em condução contínua.

2.2 TÉCNICA DE MODULAÇÃO

Nos conversores, a técnica de modulação permite variar a tensão na carga e dosar a energia fornecida, desse modo a técnica de modulação é de grande influência no funcionamento destes. Dentre as técnicas de modulação comumente

utilizadas em conversores CC-CC temos: modulação por largura de pulso, modulação multinível, modulação em frequência e modulação delta.

A técnica de modulação mais adequada é definida pela topologia do conversor, no TLQ Boost será utilizada a modulação por largura de pulsos defasados em 180° . Nessa técnica é feita a comparação de um valor de tensão constante com duas portadoras triangulares defasadas em 180° , o resultado dessas comparações gera uma série de pulsos que comandam os interruptores do conversor.

O TLQ Boost apresenta etapas diferentes de operação para $D < 0,5$ e $D > 0,5$, sendo necessárias, portanto análises diferenciadas para esses dois casos. A análise realizada nesse trabalho se limitará ao modo de condução contínua (MCC).

2.3 ANÁLISE EM MCC COM $D < 0,5$

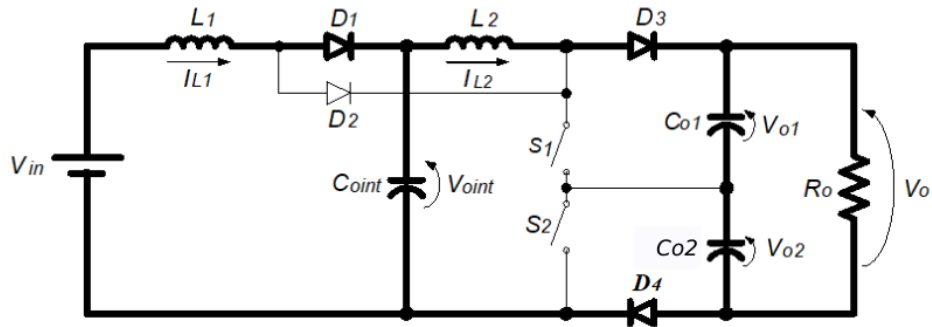
Nesta seção são demonstradas as etapas de operação, as formas de onda e a equação do ganho estático para o conversor operando em condução contínua com $D < 0,5$.

2.3.1 ETAPAS DE OPERAÇÃO PARA $D < 0,5$

Ocorrem quatro etapas de funcionamento para o conversor T-LQ Boost operando em condução contínua para $D < 0,5$.

Etapa 1 - Nessa etapa os dois interruptores estão bloqueados e a corrente nos indutores decresce linearmente, durante essa etapa a energia armazenada em L_1 é transferida ao capacitor intermediário e o indutor L_2 e os capacitores de saída entregam energia à carga. O circuito correspondente a essa etapa é mostrado na Figura 2.

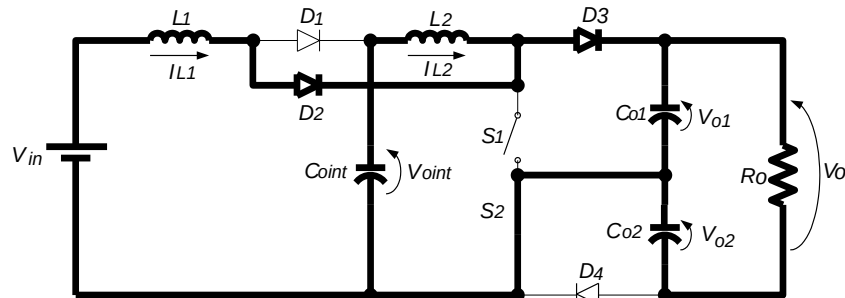
Figura 2 - Primeira etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

Etapa 2 – Interruptor S_1 aberto e S_2 fechado, a corrente nos indutores cresce linearmente. A energia acumulada nos indutores e no capacitor intermediário é transferida para o capacitor C_{o1} e para a carga. O circuito correspondente a essa etapa é mostrado na Figura 3.

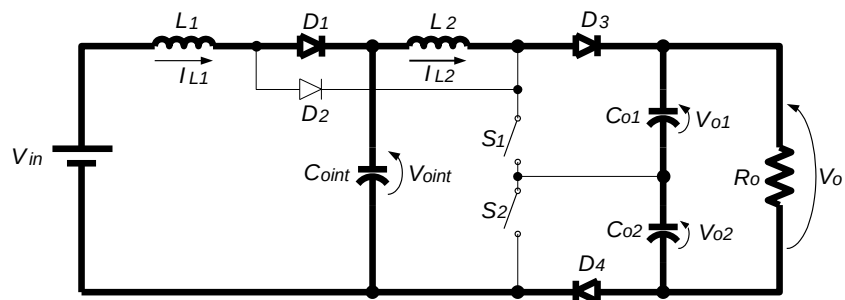
Figura 3 - Segunda etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

Etapa 3 – Interruptores S_1 e S_2 abertos, essa etapa ocorre da mesma maneira que a primeira etapa. A Figura 4 ilustra essa etapa.

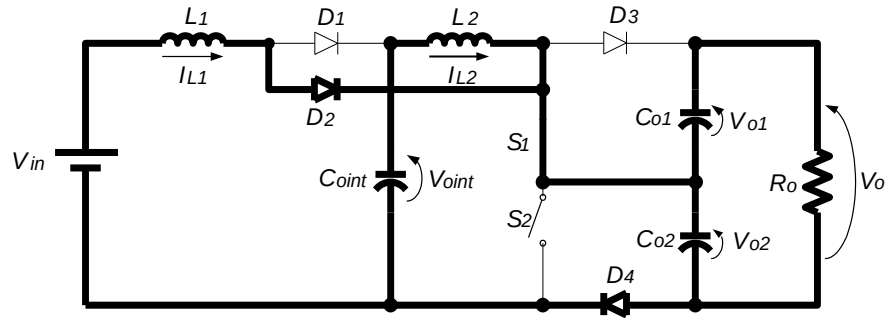
Figura 4 - Terceira etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

Etapa 4 – Nessa etapa o interruptor S_1 encontra-se fechado e S_2 está aberto, a corrente dos indutores cresce e circula pelo capacitor C_{o2} . O capacitor C_{oint} , a fonte de entrada e os indutores transferem energia para o capacitor C_{o2} e a carga, o capacitor C_{o1} é descarregado nessa etapa. O circuito correspondente a essa etapa é mostrado na Figura 5.

Figura 5 - Quarta etapa de operação do conversor com $D < 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

2.3.2 FORMAS DE ONDA PARA $D < 0,5$ EM MCC

A Figura 6 exibe os sinais de comando para os interruptores S_1 e S_2 , tensão e corrente nos indutores L_1 e L_2 , a tensão e corrente em ambos os interruptores e a tensão e corrente nos diodos D_1 , D_2 , D_3 e D_4 .

2.3.3 EQUAÇÃO DE GANHO ESTÁTICO PARA $D < 0,5$

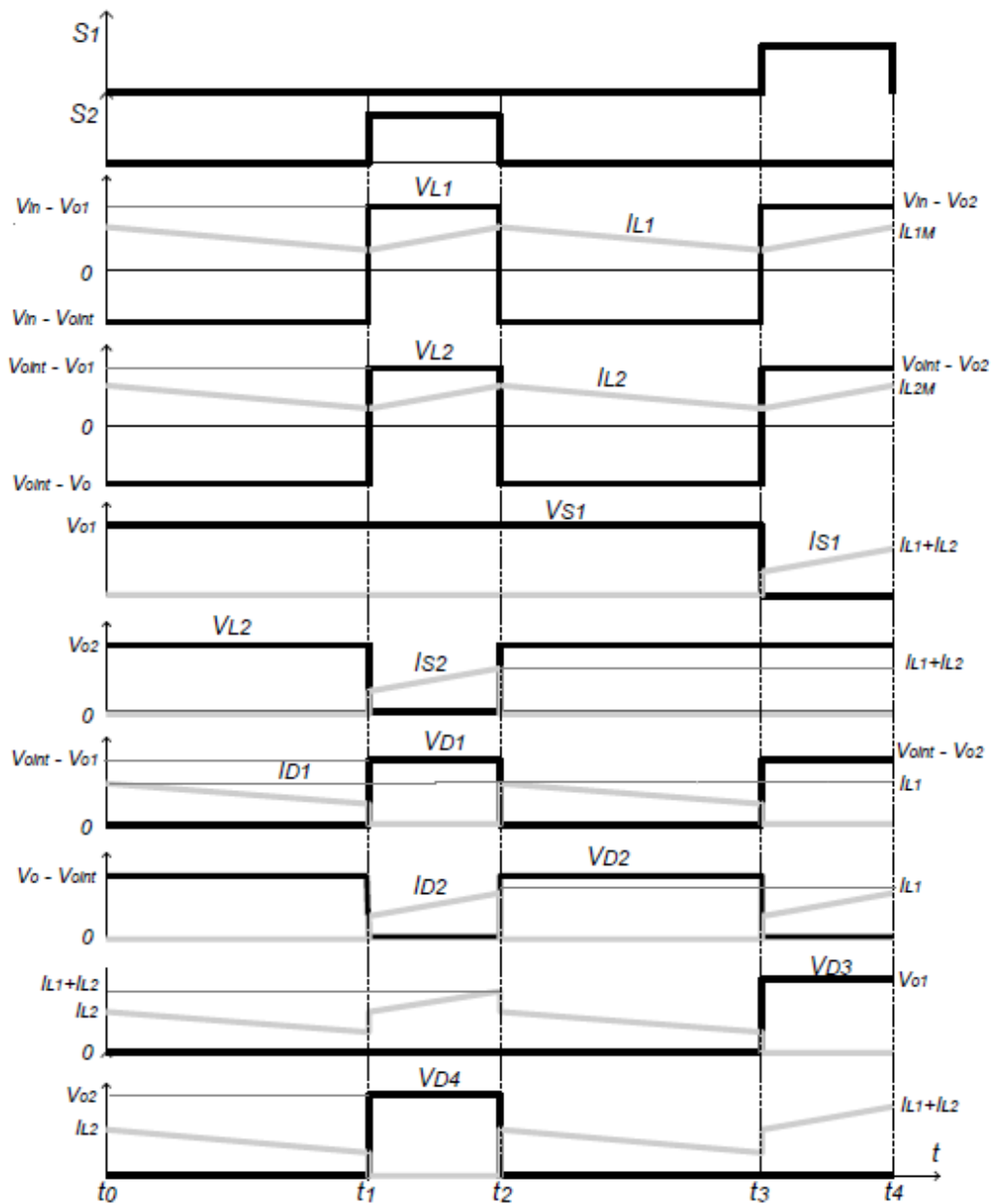
Em regime permanente a tensão média sobre os indutores é igual a zero e a partir disso pode-se obter as equações de ganho estático como mostrado a seguir. Da Figura 6 tem-se que:

$$\Delta t_1 = \Delta t_3 = \frac{T-2.D.T}{2} \text{ e } \Delta t_2 = \Delta t_4 = D.T$$

Para o indutor L_2 :

$$(V_{oint} - V_o). \Delta t_1 + (V_{oint} - V_{o1}). \Delta t_2 + (V_{oint} - V_o). \Delta t_3 + (V_{oint} - V_{o2}). \Delta t_4 = 0 \quad (2.1)$$

Figura 6 - Principais formas de onda do conversor para $D < 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

Reescrevendo a Equação (2.1):

$$(V_{oint} - V_o) \cdot \left(\frac{T - 2 \cdot D \cdot T}{2} \right) + (V_{oint} - V_{o1}) \cdot (D \cdot T) + (V_{oint} - V_o) \cdot \left(\frac{T - 2 \cdot D \cdot T}{2} \right) + (V_{oint} - V_{o2}) \cdot (D \cdot T) = 0 \quad (2.2)$$

Considerando que as tensões sobre os capacitores são iguais, temos $V_o = V_{o1} + V_{o2}$, portanto a equação da tensão média sobre L_2 se torna:

$$(T - 2.D.T). (V_{oint} - V_o) + (D.T). (2.V_{oint} - V_o) = 0 \quad (2.3)$$

Que resulta em:

$$\frac{V_o}{V_{oint}} = \frac{1}{1 - D} \quad (2.4)$$

Que é o ganho estático intermediário. Para obter a relação da tensão de saída pela de entrada devemos equacionar a tensão sobre L_1 .

Para o indutor L_1 :

$$(V_{in} - V_{oint}). \Delta t_1 + (V_{in} - V_{o1}). \Delta t_2 + (V_{in} - V_{oint}). \Delta t_3 + (V_{in} - V_{o2}). \Delta t_4 = 0 \quad (2.5)$$

Reescrevendo a Equação (2.5):

$$(V_{in} - V_{oint}). \left(\frac{T - 2.D.T}{2} \right) + (V_{in} - V_{o1}). (D.T) + (V_{in} - V_{oint}). \left(\frac{T - 2.D.T}{2} \right) + (V_{in} - V_{o2}). (D.T) = 0 \quad (2.6)$$

Utilizando que $V_o = V_{o1} + V_{o2}$ e simplificando a equação obtemos:

$$(T - 2.D.T). (V_{in} - V_{oint}) + (D.T). (2.V_{in} - V_o) = 0 \quad (2.7)$$

Da equação (2.4), isolamos V_o e substituímos em (2.7), resultando em:

$$\frac{V_{oint}}{V_{in}} = \frac{1 - D}{2.D^2 - 2.D + 1} \quad (2.8)$$

Para obter o ganho estático de tensão de saída pela tensão de entrada multiplica-se a Equação (2.4) pela Equação (2.8).

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{V_o}{V_{oint}} \cdot \frac{V_{oint}}{V_{in}} = \frac{1}{(1 - D)} \cdot \frac{1 - D}{(2.D^2 - 2.D + 1)} = \frac{1}{2.D^2 - 2.D + 1} \quad (2.9)$$

Que corresponde ao ganho estático de tensão para $D < 0,5$ e onde verifica-se que o conversor tem característica de ganho quadrático.

Para as correntes médias temos:

$$I_{L1} = \frac{V_{in}}{R_o \cdot (2 \cdot D^2 - 2 \cdot D + 1)^2} \quad (2.10)$$

$$I_{L2} = \frac{(1 - 2 \cdot D) \cdot V_{in}}{R_o \cdot (2 \cdot D^2 - 2 \cdot D + 1)^2} \quad (2.11)$$

Para obter I_{L1} , pode-se usar que a potência de entrada é igual a potência de saída, com isso é possível obter uma relação entre a corrente de saída e de entrada em função da equação do ganho estático de tensão.

Obter I_{L2} é um processo extenso, sua dedução pode ser feita equacionando o conversor em função das derivadas de tensão dos capacitores e derivadas de corrente dos indutores, posteriormente as derivadas são zeradas e obtém-se um sistema de equações do qual se pode obter a Equação (2.11).

2.4 ANÁLISE EM MCC COM $D > 0,5$

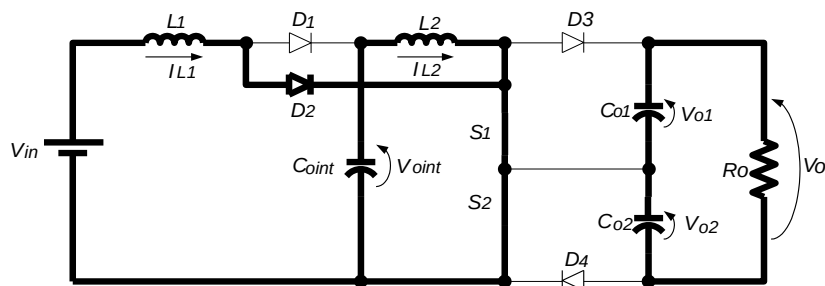
Nessa seção são apresentadas as etapas de operação, formas de onda e equação de ganho estático para $D > 0,5$.

2.4.1 ETAPAS DE OPERAÇÃO PARA $D > 0,5$

O T-LQ Boost apresenta quatro etapas de operação em MCC com $D > 0,5$.

Etapas 1- Nessa etapa os interruptores S_1 e S_2 encontram-se fechados. A corrente nos indutores cresce linearmente e os capacitores C_{o1} e C_{o2} mantêm a tensão na carga. A Figura 7 exibe essa etapa.

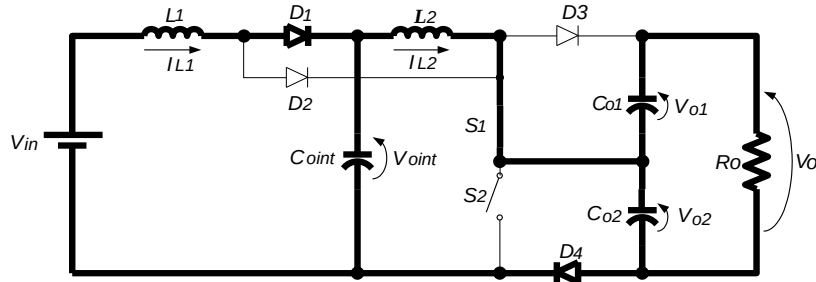
Figura 7 - Primeira etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

Etapa 2 – O interruptor S_1 encontra-se fechado e S_2 está aberto. A fonte V_{in} e o indutor L_1 fornecem energia ao capacitor C_{oint} . O indutor L_2 fornece energia ao capacitor C_{o2} . Essa etapa é descrita pela Figura 8.

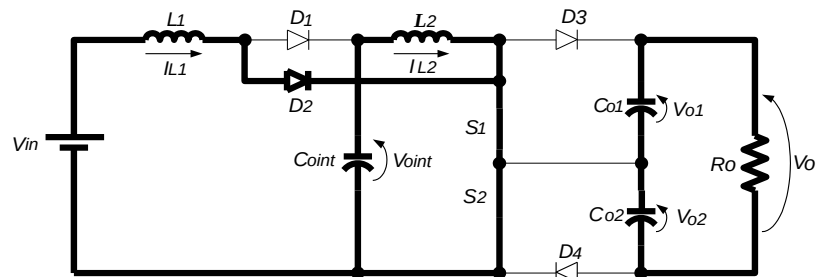
Figura 8 - Segunda etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

Etapa 3 – Interruptores S_1 e S_2 fechados. A corrente nos indutores cresce linearmente e os capacitores C_{o1} e C_{o2} alimentam a carga. A Figura 9 exibe essa etapa.

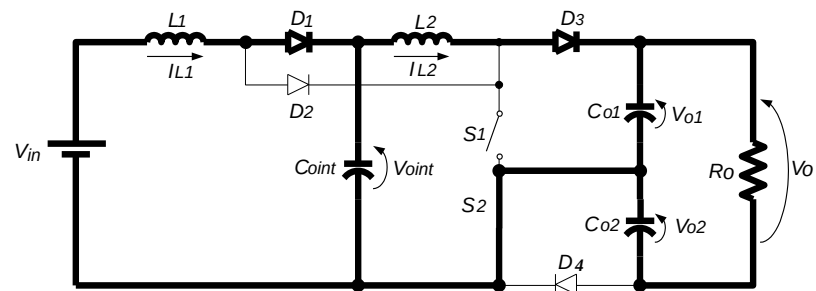
Figura 9 - Terceira etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

Etapa 4 – S_1 aberto e S_2 fechado. Durante essa etapa a energia de L_1 e da fonte V_{in} é transferida para C_{oint} e a corrente I_{L2} é forçada a passar somente por C_{o1} . A Figura 10 mostra o circuito correspondente a essa etapa.

Figura 10 - Quarta etapa de operação do conversor com $D > 0,5$ em MCC

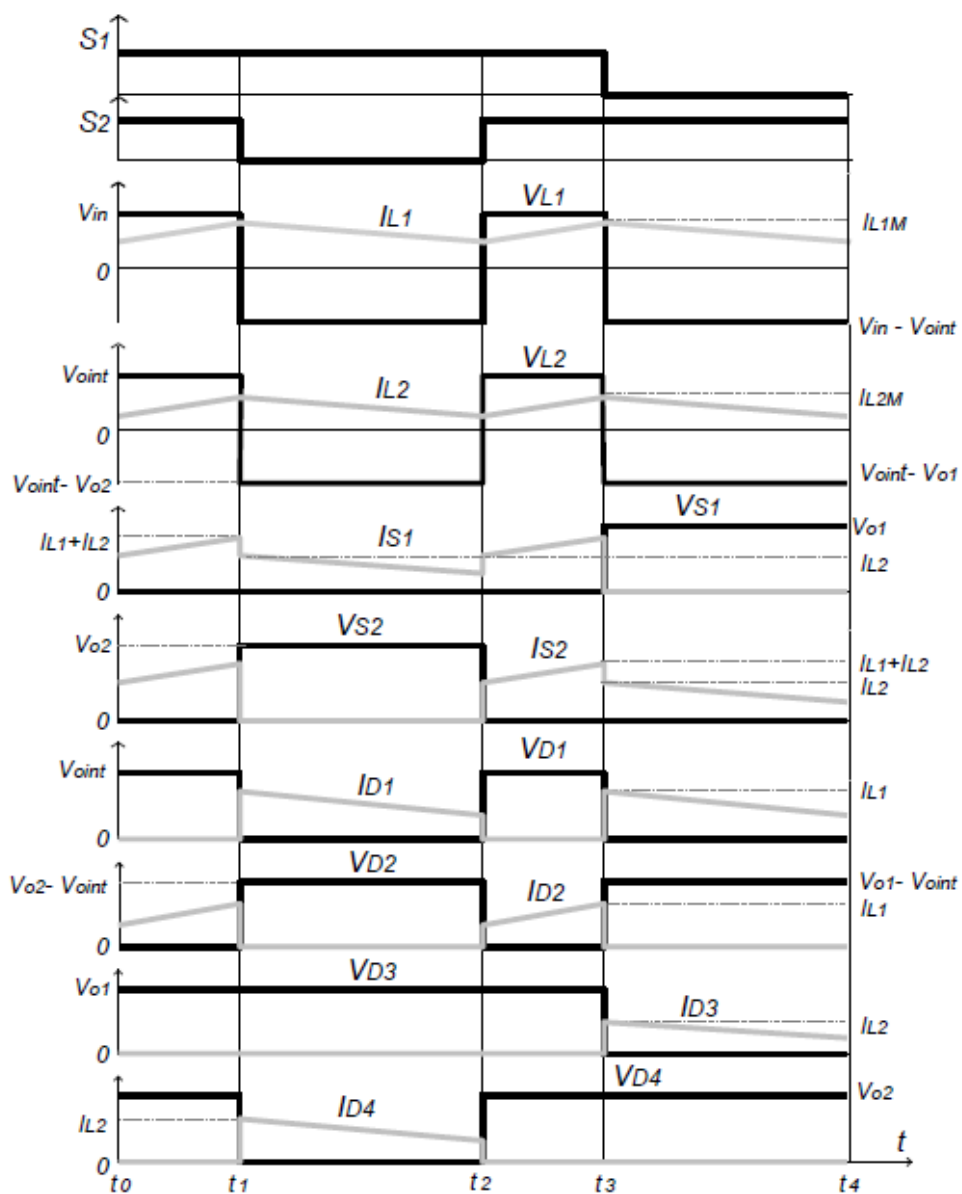


Fonte: [1]

2.4.2 FORMAS DE ONDA PARA $D > 0,5$ EM MCC

A Figura 11 apresenta as formas de onda de corrente e tensão do conversor para as chaves, diodos e indutores.

Figura 11 - Principais formas de onda do conversor para $D > 0,5$ em MCC



Fonte: [1]

2.4.3 EQUAÇÃO DE GANHO ESTÁTICO PARA $D > 0,5$

Em regime permanente a tensão média sobre os indutores é zero, utilizando-se disso pode-se determinar a equação de ganho estático.

Da Figura 11 obtemos:

$$\Delta t_1 = \Delta t_3 = \frac{2.D.T-T}{2} \text{ e } \Delta t_2 = \Delta t_4 = (T - D.T)$$

Para L_2 :

$$V_{oint} \cdot \Delta t_1 + (V_{oint} - V_{o2}) \cdot \Delta t_2 + V_{oint} \cdot \Delta t_3 + (V_{oint} - V_{o1}) \cdot \Delta t_4 = 0 \quad (2.12)$$

Reescrevendo a Equação (2.12).

$$V_{oint} \cdot \left(\frac{2.D.T-T}{2} \right) + (V_{oint} - V_{o2}) \cdot (T - D.T) + V_{oint} \cdot \left(\frac{2.D.T-T}{2} \right) + (V_{oint} - V_{o1}) \cdot (T - D.T) = 0 \quad (2.13)$$

Simplificando, obtemos:

$$\left(\frac{2.D.T-T}{2} \right) \cdot (2.V_{oint}) + (T - D.T) \cdot (2.V_{oint} - V_{o2} - V_{o1}) = 0 \quad (2.14)$$

Usando que $V_o = V_{o1} + V_{o2}$ e isolando V_o/V_{oint} .

$$\frac{V_o}{V_{oint}} = \frac{1}{1-D} \quad (2.15)$$

Para L_1 :

$$V_{in} \cdot \Delta t_1 + (V_{in} - V_{oint}) \cdot \Delta t_2 + V_{in} \cdot \Delta t_3 + (V_{in} - V_{oint}) \cdot \Delta t_4 = 0 \quad (2.16)$$

Reescrevendo a equação (2.16).

$$V_{in} \cdot \left(\frac{2.D.T-T}{2} \right) + (V_{in} - V_{oint}) \cdot (T - D.T) + V_{in} \cdot \left(\frac{2.D.T-T}{2} \right) + (V_{in} - V_{oint}) \cdot (T - D.T) = 0 \quad (2.17)$$

Simplificando, obtemos:

$$\left(\frac{2.D.T-T}{2} \right) \cdot (2.V_{in}) + (T - D.T) \cdot (2.V_{in} - 2.V_{oint}) = 0 \quad (2.18)$$

Isolando V_{oint}/V_{in} .

$$\frac{V_{oint}}{V_{in}} = \frac{1}{2.(1-D)} \quad (2.19)$$

Para obter o ganho estático multiplica-se a Equação (2.15) pela Equação (2.19), resultando em:

$$\frac{V_o}{V_{oint}} \cdot \frac{V_{oint}}{V_{in}} = \frac{1}{1-D} \cdot \frac{1}{2.(1-D)} = \frac{1}{2.(1-D)^2} \quad (2.20)$$

Portanto.

$$\frac{V_o}{V_{in}} = \frac{1}{2 \cdot (1 - D)^2} \quad (2.21)$$

Que corresponde ao ganho estático em condução contínua para $D > 0,5$.

Para obter a corrente média no indutor L_1 usamos o fato de que a potência de entrada é igual a potência de saída.

$$I_{in} \cdot V_{in} = I_o \cdot V_o \quad (2.22)$$

A corrente de entrada é igual à corrente que circula por L_1 , assim $I_{in} = I_{L1}$.

Substituindo (2.21) em (2.22) e substituindo $I_o = V_o/R_o$.

$$I_{L1} = \frac{V_{in}}{4 \cdot R_o \cdot (1 - D)^4} \quad (2.23)$$

Para $D > 0,5$ a corrente de saída I_o nunca é a soma das correntes dos dois indutores, isso implica que a potência do estágio intermediário deve ser igual a potência de saída, portanto podemos obter I_{L2} pela conservação de potência.

$$V_{oint} \cdot I_{L2} = \frac{V_o^2}{R_o} \quad (2.24)$$

Isolando I_{L2} .

$$I_{L2} = \frac{V_o^2}{V_{oint} \cdot R_o} \quad (2.25)$$

Substituindo V_o e V_{oint} pelas expressões (2.19) e (2.21) e simplificando.

$$I_{L2} = \frac{V_{in}}{2 \cdot R_o \cdot (1 - D)^3} \quad (2.26)$$

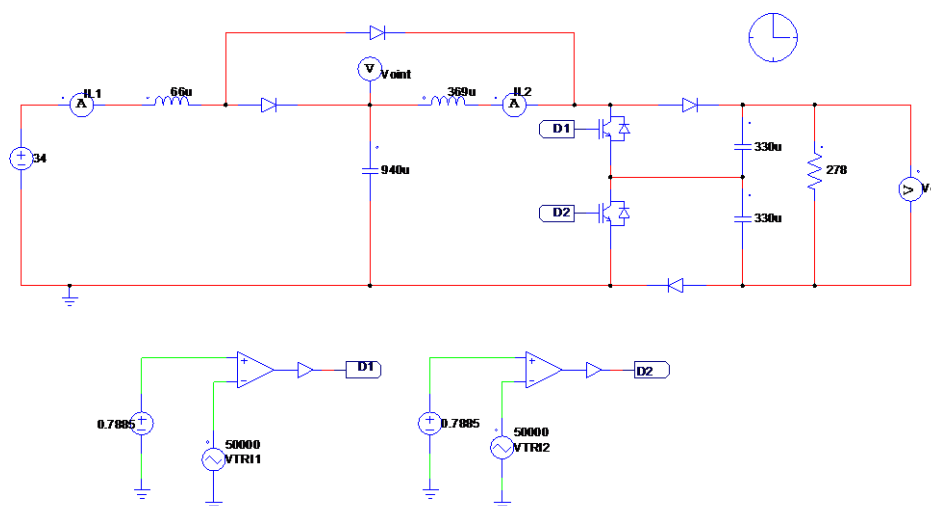
Essas expressões para as correntes são necessárias para a modelagem do conversor.

2.5 SIMULAÇÕES

Para validar as expressões de ganho estático serão apresentadas simulações no software PSIM. Os valores dos indutores e capacitores foram escolhidos de modo a garantir a operação com os valores de potência e tensão nominais do conversor, conforme obtido por Cabral (2013) em [1]. A Figura 12 exibe o circuito simulado, onde pode-se verificar os valores dos parâmetros utilizados.

As duas fontes de tensão triangular estão defasadas 180° , para alterar a razão cíclica basta modificar a fonte de tensão constante na entrada dos comparadores. No caso da Figura 12 a razão cíclica é de $D=0,7885$, que resulta em uma tensão de 380V na saída. Para validar o ganho estático para $D < 0,5$ usou-se uma razão cíclica de 0,4.

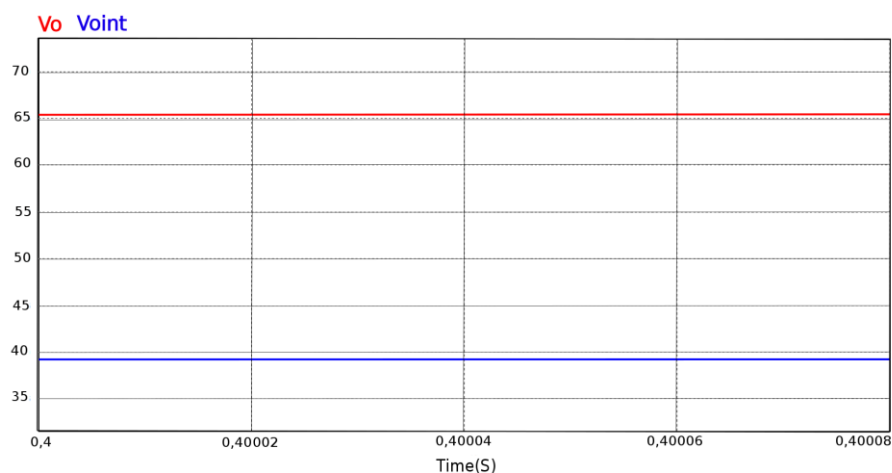
Figura 12 - Circuito simulado no PSIM



Fonte: Próprio autor

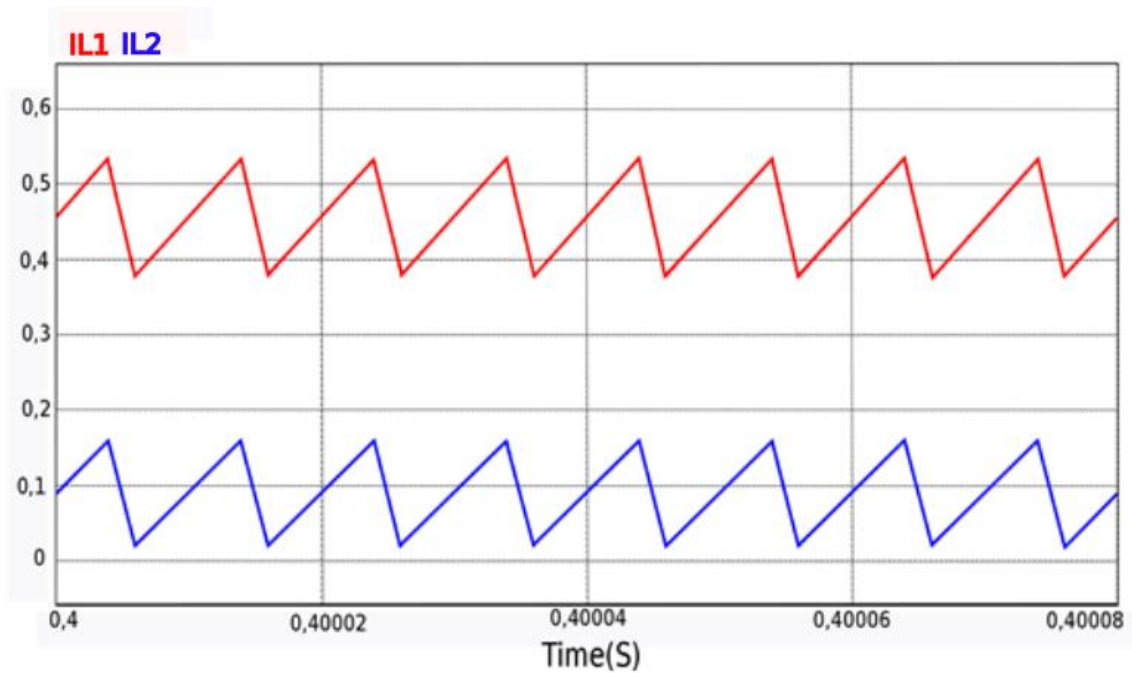
A exibição dos gráficos se inicia para 0,4s, pois há um transitório que deve ser desconsiderado, já que as equações de ganho estático são válidas se a tensão média sobre os indutores for zero, isso não ocorre no transitório.

Figura 13 - Formas de onda de tensão na saída e no capacitor intermediário para $D=0,4$



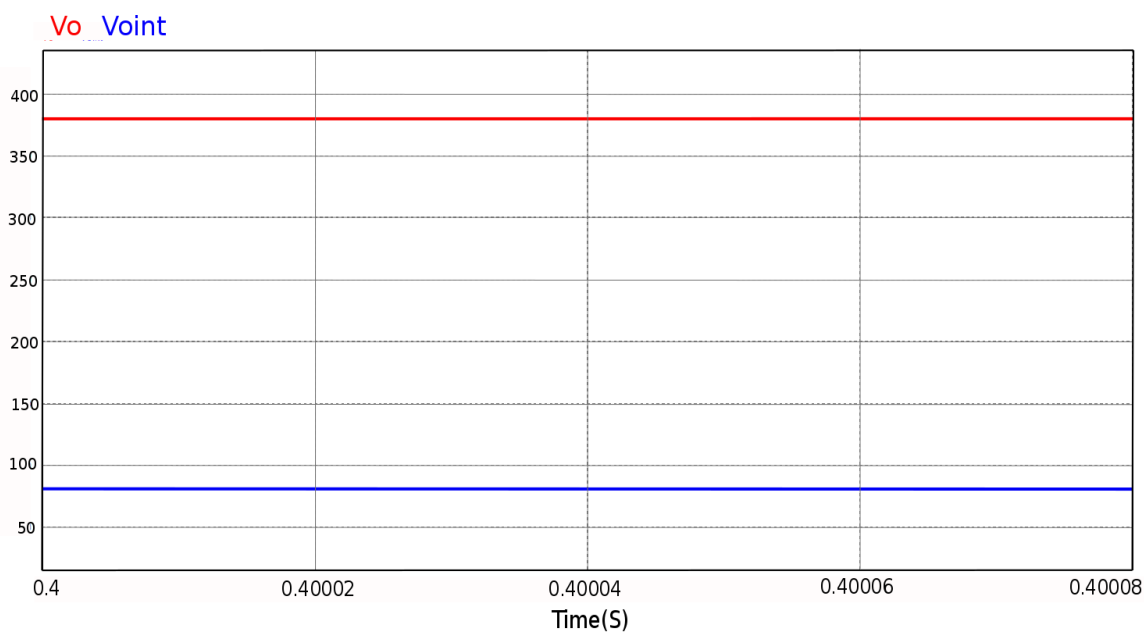
Fonte: Próprio autor

Figura 14 - Formas de onda de corrente nos indutores para $D=0,4$



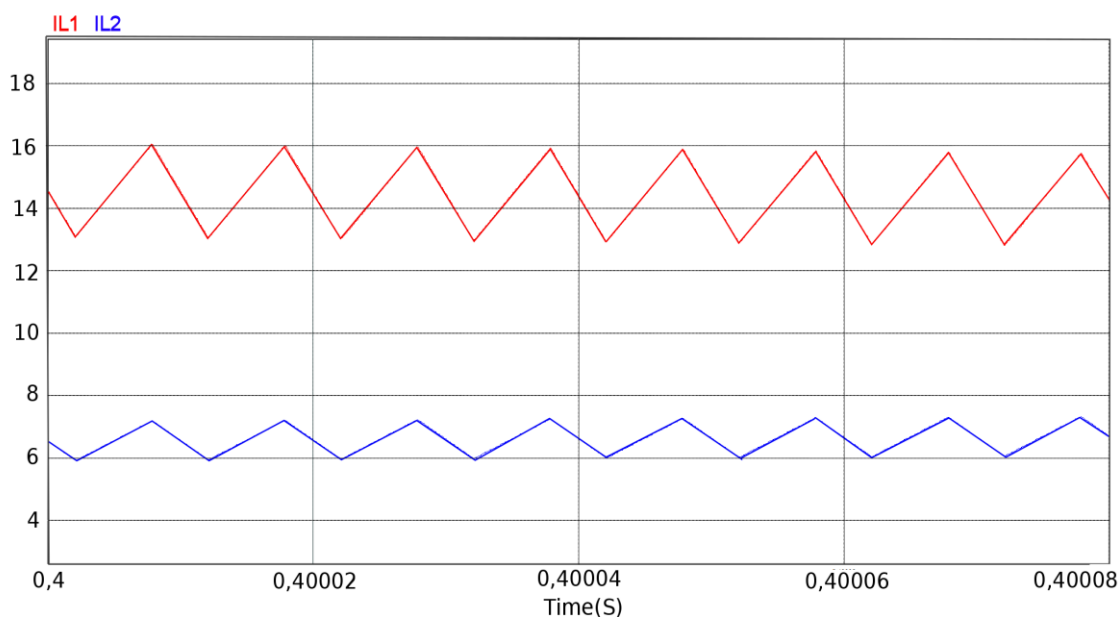
Fonte: Próprio autor

Figura 15 - Formas de onda de tensão na saída e no capacitor intermediário para $D=0,7885$



Fonte: Próprio autor

Figura 16 - Formas de onda de corrente nos indutores para $D=0,7885$



Fonte: Próprio autor

Para a verificação numérica dos valores de tensão média é apresentada a Tabela 1.

Tabela 1 - Resultados da simulação

	Teórico ($D < 0,5$)	Simulado ($D < 0,5$)	Teórico ($D > 0,5$)	Simulado ($D > 0,5$)
D	0,4	0,4	0,7885	0,7885
V_{in} (V)	34	34	34	34
V_{oint} (V)	39,23	39,23	80,37	81,01
V_o (V)	65,38	65,38	380,03	379,62
I_{L1} (A)	0,45	0,45	15,28	14,42
I_{L2} (A)	0,090	0,089	6,46	6,62

Fonte: Próprio autor

Pelos dados da tabela é possível assumir que as equações obtidas descrevem o comportamento do conversor em regime permanente.

3 MODELAGEM DO CONVERSOR BOOST QUADRÁTICO DE TRÊS NÍVEIS

Nesta sessão são apresentados a técnica de modelagem utilizada, a estratégia de controle proposta para o conversor e o desenvolvimento matemático do modelo do conversor. A técnica de modelagem empregada nesse trabalho é o método por valores médios instantâneos, descrita em [3].

3.1 ESTUDO DA TÉCNICA DE MODELAGEM

Sabe-se que conversores quadráticos frequentemente apresentam zeros no semi-plano direito sendo, portanto, uma planta de fase não mínima. Isso torna a resposta transitória lenta e não proporciona bom desempenho ao sistema em malha fechada.

Para alcançar bom desempenho uma solução possível é um controle em cascata baseado em multi-malhas.

Em [1] é utilizada a estratégia de controle por valor médio instantâneo de corrente de entrada, pois controlando o fluxo de corrente no indutor de entrada é possível controlar a tensão de saída.

No presente trabalho é utilizada a técnica apresentada em [5], onde foram necessárias três malhas de controle, uma malha de tensão usada para gerar a referência de corrente, uma malha para controlar a corrente do indutor de entrada e uma malha para controlar a diferença de tensão entre os capacitores de saída, para evitar desequilíbrio de tensão.

Para cada malha de controle é necessário obter o modelo matemático do conversor que representa o comportamento da variável que se deseja controlar. São necessários, portanto, três modelos:

$G_{id}(s) = \frac{i_{L1}(s)}{d(s)}$ Função de transferência que representa a variação da corrente sobre o indutor de entrada em relação a razão cíclica.

$G_{vi}(s) = \frac{v_o(s)}{i_{L1}(s)}$ Função de transferência que representa a variação da tensão de saída em relação a variação da corrente do indutor de entrada.

$G_{vdiff}(s) = \frac{\Delta V(s)}{\Delta d(s)}$ Função de transferência que representa a variação da diferença de tensão nos capacitores em relação à diferença da razão cíclica aplicada a cada uma das chaves.

3.1.1 Método dos valores médios quase instantâneos

A técnica de modelagem a ser utilizada é o método de valores médios quase instantâneos, largamente empregado na modelagem de conversores de potência. O método consiste na verificação do efeito causado por uma perturbação em uma variável durante um período de chaveamento.

A modelagem se inicia pelo equacionamento das correntes nos indutores e tensões sobre os capacitores. Obtêm-se equações diferenciais dependentes da tensão de entrada, tensão de saída, razão cíclica e dos elementos passivos do conversor, como os valores de indutância e capacitância.

Para obter as equações médias para um período deve-se utilizar a relação de valores médios instantâneos (3.1).

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = \frac{1}{T_s} \int_t^{t+T_s} x(\tau) \cdot d\tau \quad (3.1)$$

As equações médias resultantes para o T-LQ Boost são não lineares, pois possuem produtos entre variáveis que dependem do tempo. Assim deve se proceder a linearização pelo modelo de pequenos sinais.

Isso ocorre pela substituição das variáveis não lineares por um valor constante somado a uma pequena variação. O valor constante corresponde a um ponto quiescente de operação e a variação a uma perturbação no sinal.

A Equação (3.2) mostra como é feita a substituição.

$$\langle x(t) \rangle_{T_s} = X + \hat{x}(t) \quad (3.2)$$

X é o ponto quiescente de operação e $\hat{x}(t)$ é a perturbação ou valor CA. A perturbação $\hat{x}(t)$ deve ser muito menor que o valor de X para que o modelo seja válido.

A realização das substituições citadas anteriormente resulta em equações cuja composição possui termos constantes (CC), CA de primeira e CA de segunda ordem. Os termos constantes se anulam devido às equações estáticas do próprio conversor. Os termos CA de segunda ordem são valores muito pequenos e podem ser desprezados, pois é feita a consideração de que a Equação (3.3) é válida.

$$|\hat{x}(t)| \ll |X| \quad (3.3)$$

Conforme apresentado em [3] é possível construir circuitos equivalentes por meio das equações obtidas. É feita a transformada de Laplace para passar o circuito para o domínio da frequência e então técnicas de resolução de circuitos, tais como análise nodal e superposição podem ser utilizadas para obter as funções de transferência.

3.2 ESTUDO DA TÉCNICA DE CONTROLE

A estratégia de controle do conversor seguirá o método utilizado por BOSCO em [1]. A malha de corrente controlará a corrente no indutor de entrada com base em uma referência gerada pela malha de tensão, a malha de corrente deve possuir a resposta mais rápida. A malha de tensão compara a tensão de saída com uma referência de tensão e produz um sinal de erro que gera a referência para a malha de corrente.

A malha de equalização de tensão tem a função de evitar o desequilíbrio de tensão entre os capacitores de saída, para isso controla a diferença das razões cíclicas, sua resposta pode ser a mais lenta das três malhas de controle.

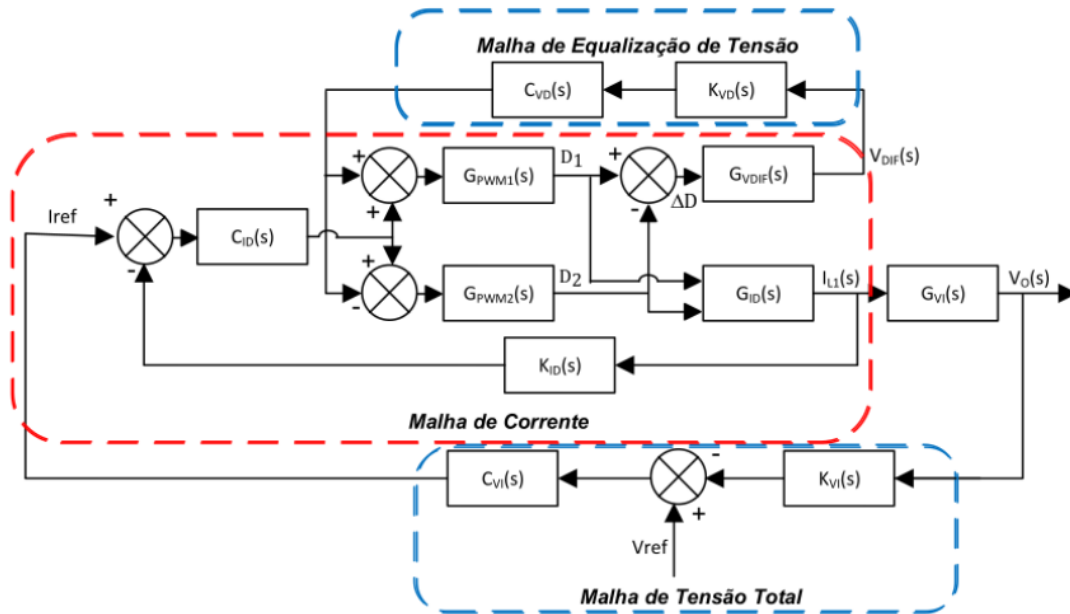
O esquema da estratégia de controle é exibido pela Figura 17, onde K_{id} , K_{vd} e K_{vi} são os transdutores que medem respectivamente: a corrente no indutor de entrada, a tensão diferencial de saída e a tensão de saída.

As plantas C_{ID} , C_{VI} e C_{VD} são os controladores de cada uma das três malhas. As plantas G_{PWM1} e G_{PWM2} são os ganhos dos circuitos geradores do sinal modulado por largura de pulso (MLP).

A digitalização do sistema de controle manterá a estrutura da Figura 17, os modelos de $G_{ID}(s)$, $G_{VI}(s)$ e $G_{VDIF}(s)$ serão discretizados com auxílio do software MATLAB, por meio do método de discretização retentor de ordem zero (ZOH). Os

controladores serão projetados diretamente no plano Z para evitar as distorções decorrentes do processo de digitalização.

Figura 17 - Estratégia de controle para o T-LQ Boost



Fonte: [5]

3.3 OBTENÇÃO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

Nessa seção são apresentados procedimentos adotados para a obtenção dos modelos matemáticos descritos anteriormente.

3.3.1 Obtenção do modelo $G_{id}(s)$

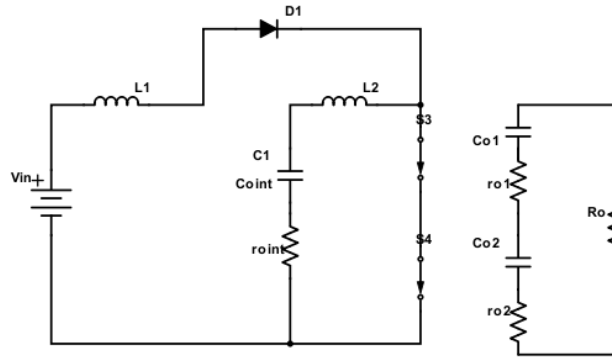
O modelo $G_{id}(s)$ representa uma relação entre a corrente que passa através do indutor L_1 e a razão cíclica.

O conversor apresenta etapas de operação diferentes para $D < 0,5$ e $D > 0,5$, como na condição de operação nominal é necessário que ocorra $D > 0,5$ a modelagem foi realizada para essa condição.

Para obtenção do modelo é necessário o equacionamento de três circuitos que correspondem a três etapas de operação, sendo que uma das etapas se repete

em um período de comutação. A primeira etapa a ser equacionada é exibida na Figura 18.

Figura 18 - Primeira e terceira etapa de operação do conversor com $D > 0,5$



Fonte: Próprio autor

Iniciando pela derivada da corrente I_{L1} temos que:

$$L_1 \cdot \frac{dI_{L1}(t)}{dt} = V_{in}(t) \quad (3.4)$$

Para a derivada de corrente no indutor L_2 obtemos a Expressão (3.5).

$$L_2 \cdot \frac{dI_{L2}(t)}{dt} = r_{oint} \cdot (-I_{L2}(t)) + V_{oint}(t) \quad (3.5)$$

A derivada de tensão do capacitor intermediário é dada por:

$$C_{oint} \cdot \frac{dV_{oint}(t)}{dt} = -I_{L2}(t) \quad (3.6)$$

Para obter as expressões para as derivadas de tensão nos capacitores de saída equacionamos a malha na saída do conversor.

$$-r_{o2} \cdot I_{co2}(t) - V_{o2}(t) - r_{o1} \cdot I_{co1}(t) - V_{o1}(t) + R_o \cdot I_o(t) = 0 \quad (3.7)$$

Como $I_{co1}(t) = I_{co2}(t) = -I_o(t)$, podemos reescrever a Expressão (3.7).

$$-r_{o2} \cdot I_{co1}(t) - V_{o2}(t) - r_{o1} \cdot I_{co1}(t) - V_{o1}(t) - R_o \cdot I_{co1}(t) = 0 \quad (3.8)$$

Isolando $I_{co1}(t)$ na Equação (3.8) obtemos:

$$I_{co1}(t) = \frac{-V_{o2}(t) - V_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.9)$$

Sabe-se que $I_{co1}(t) = C_{o1} \cdot \frac{dV_{o1}(t)}{dt}$, portanto reescrevemos a Expressão (3.9).

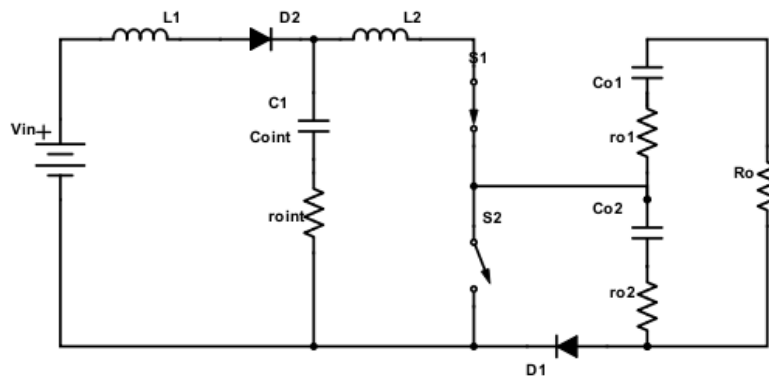
$$C_{o1} \cdot \frac{dV_{o1}(t)}{dt} = \frac{-V_{o2}(t) - V_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.10)$$

Como $I_{Co1}(t) = I_{Co2}(t)$ podemos escrever a expressão para a derivada de tensão do segundo capacitor de maneira análoga a expressão (3.10).

$$C_{o2} \cdot \frac{dV_{o2}(t)}{dt} = \frac{-V_{o2}(t) - V_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.11)$$

Pode-se observar que as Equações (3.10) e (3.11) possuem sinal negativo, isso indica que os capacitores estão em processo de descarregamento, o que de fato ocorre nessa etapa. A segunda etapa a ser equacionada é exibida pela Figura 19.

Figura 19 - Segunda etapa de operação do conversor com $D > 0,5$



Fonte: Próprio autor

Iniciamos pelo equacionamento da derivada de corrente do indutor L_1 .

$$L_1 \cdot \frac{dI_{L1}(t)}{dt} = V_{in}(t) - V_{oint}(t) - r_{oint} \cdot (I_{L1}(t) - I_{L2}(t)) \quad (3.12)$$

Equacionando a malha de tensão de saída escreve-se a expressão:

$$-r_{o2} \cdot I_{Co2}(t) - V_{o2}(t) - r_{o1} \cdot I_{Co1}(t) - V_{o1}(t) + R_o \cdot I_o(t) = 0 \quad (3.13)$$

Observando o circuito pode-se verificar que $I_o = -I_{Co1}$ e $I_{Co1} = I_{Co2} - I_{L2}$, fazendo essas substituições a Equação (3.13) se torna:

$$-r_{o2} \cdot I_{Co2}(t) - V_{o2}(t) - V_{o1}(t) - (I_{Co2}(t) - I_{L2}(t)) \cdot (r_{o1} + R_o) \quad (3.14)$$

Isolando $I_{Co2}(t)$ e fazendo a consideração de que $I_{Co2}(t) = C_{o2} \cdot \frac{dV_{o2}(t)}{dt}$ pode-se reescrever a Equação (3.14) como:

$$C_{o2} \cdot \frac{dV_{o2}(t)}{dt} = \frac{I_{L2}(t) \cdot (r_{o1} + R_o) - V_{o2}(t) - V_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.15)$$

Para obter a expressão de $I_{co1}(t)$ utiliza-se a equação $I_{co1}(t) = I_{co2}(t) - I_{L2}(t)$.

$$C_{o1} \cdot \frac{dV_{o1}(t)}{dt} = \frac{-I_{L2}(t) \cdot r_{o2} - V_{o2}(t) - V_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.16)$$

A derivada da tensão no capacitor intermediário é dada por:

$$C_{oint} \cdot \frac{dV_{oint}(t)}{dt} = I_{L1}(t) - I_{L2}(t) \quad (3.17)$$

Para adquirir a equação da derivada de corrente no indutor L_2 equacionamos a malha interna de tensão, resultando na Expressão (3.18).

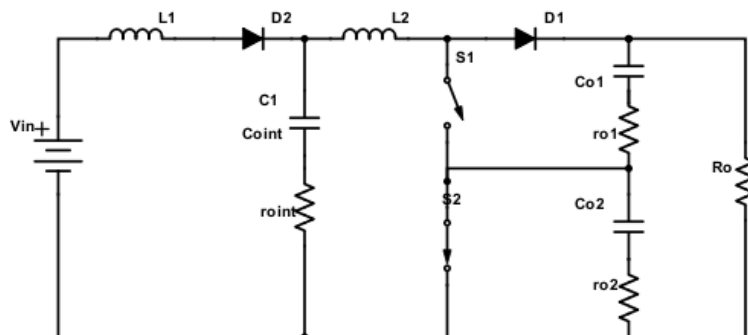
$$\begin{aligned} -r_{oint} \cdot (I_{L1}(t) - I_{L2}(t)) - V_{oint}(t) + L_2 \cdot \frac{dI_{L2}(t)}{dt} + V_{o2}(t) + r_{o2} \cdot I_{co2}(t) \\ = 0 \end{aligned} \quad (3.18)$$

Substituindo a Equação (3.15) e isolando a derivada de corrente na Expressão (3.18) obtém-se:

$$\begin{aligned} L_2 \cdot \frac{dI_{L2}(t)}{dt} = r_{oint} \cdot I_{L1}(t) + I_{L2}(t) \cdot \left(-r_{oint} - \frac{r_{o2} \cdot (r_{o1} + R_o)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) + V_{oint}(t) \\ + \frac{V_{o1}(t) \cdot r_{o2}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} + \frac{V_{o2}(t) \cdot (-r_{o1} - R_o)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \end{aligned} \quad (3.19)$$

A terceira etapa de operação ocorre da mesma maneira que a primeira etapa, de modo que todas as equações são válidas para essas duas etapas. A quarta etapa de operação é ilustrada pela Figura 20.

Figura 20 - Quarta etapa de operação do conversor com $D > 0,5$



Fonte: Próprio autor

Iniciamos o equacionamento dessa etapa pela equação da derivada de corrente no indutor L_1 .

$$L_1 \cdot \frac{dI_{L1}(t)}{dt} = V_{in}(t) - V_{oint}(t) - r_{oint} \cdot (I_{L1}(t) - I_{L2}(t)) \quad (3.20)$$

Equacionando a malha de tensão de saída escreve-se a expressão:

$$-r_{o2} \cdot I_{co2}(t) - V_{o2}(t) - r_{o1} \cdot I_{co1}(t) - V_{o1}(t) + R_o \cdot I_o(t) = 0 \quad (3.21)$$

Observando o circuito pode-se verificar que $I_o = -I_{co2}$ e $I_{co1} = I_{co2} + I_{L2}$, fazendo essas substituições a Equação (3.21) se torna:

$$-r_{o2} \cdot I_{co2}(t) - V_{o2}(t) - V_{o1}(t) - (I_{co2}(t) + I_{L2}(t)) \cdot r_{o1} - R_o \cdot I_{co2}(t) = 0 \quad (3.22)$$

Isolando $I_{co2}(t)$ e fazendo a consideração de que $I_{co2}(t) = C_{o2} \cdot \frac{dV_{o2}(t)}{dt}$ pode-se reescrever a Equação (3.22) como:

$$C_{o2} \cdot \frac{dV_{o2}(t)}{dt} = \frac{-I_{L2}(t) \cdot r_{o1} - V_{o2}(t) - V_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.23)$$

Para obter a expressão de $I_{co1}(t)$ utiliza-se a equação $I_{co1}(t) = I_{co2}(t) + I_{L2}(t)$.

$$C_{o1} \cdot \frac{dV_{o1}(t)}{dt} = \frac{I_{L2}(t) \cdot (r_{o2} + R_o) - V_{o2}(t) - V_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.24)$$

A derivada da tensão no capacitor intermediário é dada por:

$$C_{oint} \cdot \frac{dV_{oint}(t)}{dt} = I_{L1}(t) - I_{L2}(t) \quad (3.25)$$

Para adquirir a equação da derivada de corrente no indutor L_2 equacionamos a malha interna de tensão, resultando na Expressão (3.26).

$$\begin{aligned} -r_{oint} \cdot (I_{L1}(t) - I_{L2}(t)) - V_{oint}(t) + L_2 \cdot \frac{dI_{L2}(t)}{dt} + V_{o1}(t) + r_{o1} \cdot I_{co1}(t) \\ = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Substituindo a Equação (3.24) e isolando a derivada de corrente na Expressão (3.26) obtém-se:

$$\begin{aligned} L_2 \cdot \frac{dI_{L2}(t)}{dt} = r_{oint} \cdot I_{L1}(t) + I_{L2}(t) \cdot \left(-r_{oint} - \frac{r_{o1} \cdot (r_{o2} + R_o)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) + V_{oint}(t) \\ + \frac{V_{o2}(t) \cdot r_{o1}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} + \frac{V_{o1}(t) \cdot (-r_{o2} - R_o)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \end{aligned} \quad (3.27)$$

Tendo como base as etapas e equações apresentadas nessa sessão se procede efetuando a média das equações das etapas, de acordo com a técnica dos valores médios instantâneos. Para facilitar o cálculo da média optou-se pela representação matricial.

As equações de todas as etapas podem ser representadas pela forma:

$$K \cdot \frac{dx(t)}{dt} = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (3.28)$$

Onde K é uma matriz que contém os valores de indutância e capacitância, dispostos de forma diagonal.

$$K = \begin{bmatrix} L_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{oint} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{o1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{o2} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

A matriz $\frac{dx(t)}{dt}$ contém as derivadas dos elementos armazenadores de energia.

$$\frac{dx(t)}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{dI_{L1}(t)}{dt} \\ \frac{dI_{L2}(t)}{dt} \\ \frac{dV_{oint}(t)}{dt} \\ \frac{dV_{o1}(t)}{dt} \\ \frac{dV_{o2}(t)}{dt} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

O vetor coluna $x(t)$ contém as correntes dos indutores e tensões sobre os capacitores.

$$x(t) = \begin{bmatrix} I_{L1}(t) \\ I_{L2}(t) \\ V_{oint}(t) \\ V_{o1}(t) \\ V_{o2}(t) \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

As matrizes A_1 , A_2 , A_3 e A_4 encontram-se a seguir.

$$A_1 = A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -r_{oint} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_{o2} + r_{o1} + R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{r_{o2} + r_{o1} + R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -r_{oint} & r_{oint} & -1 & 0 & 0 \\ r_{oint} & \frac{-r_{oint} \cdot (r_{o2} + r_{o1} + R_o) - r_{o2} \cdot (r_{o1} + R_o)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 1 & \frac{r_{o2}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{(-r_{o1} - R_o)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-r_{o2}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 0 & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 0 & \frac{r_{o1} + R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 0 & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} -r_{oint} & r_{oint} & -1 & 0 & 0 \\ r_{oint} & \frac{-r_{oint} \cdot (r_{o2} + r_{o1} + R_o) - r_{o1} \cdot (r_{o2} + R_o)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 1 & \frac{-r_{o2} - R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{r_{o1}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{r_{o2} + R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 0 & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 0 & \frac{-r_{o1}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 0 & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{-1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

A matriz B é dada por:

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

A matriz (3.35) é válida para as quatro etapas de funcionamento. O vetor $u(t)$ encontra-se a seguir e se encontra inalterada para as quatro etapas de funcionamento.

$$u(t) = [Vin(t)]. \quad (3.36)$$

Para efetuar a média das etapas aplica-se a Equação (3.37).

$$A = \frac{(2 \cdot d(t) - 1)}{2} \cdot A_1 + (1 - d(t)) \cdot A_2 + \frac{(2 \cdot d(t) - 1)}{2} \cdot A_3 + (1 - d(t)) \cdot A_4 \quad (3.37)$$

Na equação 3.37 as matrizes se encontram multiplicadas pelos períodos correspondentes as etapas, para verificação dos períodos pode-se observar a Figura 11. A matriz resultante é exibida na figura abaixo.

Figura 21 - Matriz A equivalente

$$A = \begin{bmatrix} (-2 + 2d(t))r_{oimt} & -2(-1 + d(t))r_{oimt} & -2 + 2d(t) & 0 & 0 \\ -2(-1 + d(t))r_{oimt} & \frac{((-2 + 2d(t))r_{o2} + (-1 + d(t))R_o - r_{oimt})r_{o1} + ((-1 + d(t))R_o - r_{oimt})r_{o2} - R_o r_{oimt}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 1 & \frac{(-1 + d(t))R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & \frac{(-1 + d(t))R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 2 - 2d(t) & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(-1 + d(t))R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 0 & -\frac{1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & -\frac{1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 0 & -\frac{(-1 + d(t))R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 0 & -\frac{1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & -\frac{1}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \end{bmatrix}$$

Fonte: O autor

Com a intenção de facilitar os cálculos, duas simplificações são implementadas. Considera-se que $C_{o1}=C_{o2}=C_o$, que as tensões sobre os dois capacitores de saída são iguais, o que implica em $V_{o1}+V_{o2}=V_{co}$ e considera-se também que as resistências série equivalentes (RSEs) dos capacitores de saída possuem o mesmo valor de resistência, portanto $r_{o1}=r_{o2}=r_o$. A matriz A com as simplificações explicitadas está a seguir.

Figura 22 - Matriz A equivalente simplificada

$$A = \begin{bmatrix} (-2 + 2d(t))r_{oimt} & -2(-1 + d(t))r_{oimt} & -2 + 2d(t) & 0 \\ -2(-1 + d(t))r_{oimt} & \frac{((-2 + 2d(t))r_{o2} + (-1 + d(t))R_o - r_{oimt})r_{o1} + ((-1 + d(t))R_o - r_{oimt})r_{o2} - R_o r_{oimt}}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 1 & \frac{(-1 + d(t))R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \\ 2 - 2d(t) & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2 \cdot (-1 + d(t))R_o}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} & 0 & -\frac{2}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \end{bmatrix}$$

Fonte: O autor

A matriz K e os vetores $x(t)$ e B também sofrem as simplificações descritas anteriormente. Após a obtenção da matriz A é possível adquirir as expressões estáticas do conversor zerando as derivadas na Equação (3.28), obtém-se a expressão (3.38).

$$0 = A.x(t) + B.u(t) \quad (3.38)$$

Isolando $x(t)$:

$$x(t) = -A^{-1}.B.u(t). \quad (3.39)$$

Portanto, realizando a operação descrita pela Equação (3.39) se obtém as equações estáticas do conversor T-LQ Boost, válidas em regime permanente.

Essas equações serão necessárias no processo de modelagem e estão escritas a seguir.

$$I_{L1} = \frac{1}{2} (V_{in} (2r_o + R_o)) \Big/ \left((-1 + D) \left(2(-1 + D)^3 R_o^2 + (-4D^2 r_o + (8r_o - 2r_{oint}) D - 4r_o + r_{oint}) R_o - 4 \left(D^2 r_o + (-2r_o + r_{oint}) D + r_o - \frac{1}{2} r_{oint} \right) r_o \right) \right) \quad (3.40)$$

$$I_{L2} = - (V_{in} (2r_o + R_o)) \Big/ \left(2(-1 + D)^3 R_o^2 + (-4D^2 r_o + (8r_o - 2r_{oint}) D - 4r_o + r_{oint}) R_o - 4 \left(D^2 r_o + (-2r_o + r_{oint}) D + r_o - \frac{1}{2} r_{oint} \right) r_o \right) \quad (3.41)$$

$$V_{oint} = - \left(((-1 + D) R_o^2 - 2R_o r_o - 2r_o^2) (-1 + D) V_{in} \right) \Big/ \left(2(-1 + D)^3 R_o^2 + (-4D^2 r_o + (8r_o - 2r_{oint}) D - 4r_o + r_{oint}) R_o - 4 \left(D^2 r_o + (-2r_o + r_{oint}) D + r_o - \frac{1}{2} r_{oint} \right) r_o \right) \quad (3.42)$$

$$V_{co} = (V_{in} R_o (2r_o + R_o) (-1 + D)) \Big/ \left(2(-1 + D)^3 R_o^2 + (-4D^2 r_o + (8r_o - 2r_{oint}) D - 4r_o + r_{oint}) R_o - 4 \left(D^2 r_o + (-2r_o + r_{oint}) D + r_o - \frac{1}{2} r_{oint} \right) r_o \right) \quad (3.43)$$

A Equação (3.43) representa a tensão sobre os dois capacitores de saída, como em regime permanente a corrente média que passa pelos capacitores é nula, não há queda de tensão sobre as RSEs dos capacitores, portanto a tensão média de saída é igual a tensão sobre os capacitores.

Desprezando-se os valores das RSEs nas equações (3.40) a (3.43) obtém-se as expressões (2.23), (2.26), (2.19) e (2.21) respectivamente. Para a verificação numérica dos valores de tensão e corrente média é apresentada a Tabela 2.

Tabela 2 - Resultados da simulação com RSE

Valores de RSE		Vo teórico	Vo simulado	Voint teórico	Voint simulado	IL1 teórico	IL1 simulado	IL2 teórico	IL2 simulado
roint=10	ro=5	170,47V	171,005V	40,82V	41,10V	6,85A	6,93A	2,899A	2,894A
roint=0.3	ro=0.1	366,97V	366,97V	77,82V	77,83V	14,75A	14,75A	6,24A	6,24A
roint=5	ro=2	237,25V	237,45V	52,85V	53,22V	9,53A	9,57A	4,03A	4,03A

r _o int=0.1	r _o =0.1	374,92V	374,91V	79,50V	79,51V	15,07A	15,07A	6,37A	6,37A
------------------------	---------------------	---------	---------	--------	--------	--------	--------	-------	-------

Fonte: Próprio autor

Pelos dados apresentados na Tabela 2 é possível conferir que as equações representam o comportamento do conversor.

De posse da matriz A equivalente da Figura 22, pode-se efetuar as multiplicações matriciais da Equação (3.28) e obter as equações a seguir:

$$L_1 \cdot \frac{d\langle i_{L1}(t) \rangle_{Ts}}{dt} = -2 \cdot [1 - d(t)] \cdot r_{oint} \cdot \langle i_{L1}(t) \rangle_{Ts} + \langle v_{in}(t) \rangle_{Ts} + 2 \cdot [1 - d(t)] \cdot r_{oint} \cdot \langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} - 2 \cdot [1 - d(t)] \cdot \langle v_{oint}(t) \rangle_{Ts} \quad (3.44)$$

$$L_2 \cdot \frac{d\langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts}}{dt} = \langle v_{oint}(t) \rangle_{Ts} + 2 \cdot [1 - d(t)] \cdot r_{oint} \cdot \langle i_{L1}(t) \rangle_{Ts} + \frac{(2 \cdot d(t) \cdot R_o \cdot r_o + 2 \cdot d(t) \cdot r_o^2 - 2 \cdot R_o \cdot r_o - R_o \cdot r_{oint} - 2 \cdot r_o^2 - 2 \cdot r_o \cdot r_{oint})}{2 \cdot r_o + R_o} \cdot \langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} - \frac{[1 - d(t)] \cdot R_o \cdot \langle v_o(t) \rangle_{Ts}}{2 \cdot r_o + R_o} \quad (3.45)$$

$$C_{oint} \cdot \frac{d\langle v_{oint}(t) \rangle_{Ts}}{dt} = 2 \cdot [1 - d(t)] \cdot \langle i_{L1}(t) \rangle_{Ts} - \langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} \quad (3.46)$$

$$C_o \cdot \frac{d\langle v_o(t) \rangle_{Ts}}{dt} = 2 \cdot \frac{[1 - d(t)] \cdot R_o}{2 \cdot r_o + R_o} \cdot \langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} - \frac{2 \cdot \langle v_o(t) \rangle_{Ts}}{2 \cdot r_o + R_o} \quad (3.47)$$

O próximo passo é executar a linearização pelo modelo de pequenos sinais, isso ocorre pela substituição das variáveis não lineares por um valor constante somado a uma pequena variação. O valor constante corresponde a um ponto quiescente de operação e a variação a uma perturbação no sinal. Assim, as equações abaixo serão substituídas nas equações (3.44) a (3.47).

$$\langle v_{in}(t) \rangle_{Ts} = V_{in} + \hat{v}_{in}(t)$$

$$\langle v_{oint}(t) \rangle_{Ts} = V_{oint} + \hat{v}_{oint}(t)$$

$$\langle v_o(t) \rangle_{Ts} = V_o + \hat{v}_o(t)$$

$$\langle i_{L1}(t) \rangle_{Ts} = I_{L1} + \hat{i}_{L1}(t)$$

$$\langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} = I_{L2} + \hat{i}_{L2}(t)$$

$$d(t) = D + \hat{d}(t)$$

Após a substituição das equações anteriores procede-se a linearização, que consiste em eliminar os termos CA de segunda ordem e os termos CC. Realizada a linearização são obtidas as expressões abaixo.

$$\begin{aligned} L_1 \cdot \frac{d\hat{i}_{L1}(t)}{dt} &= [(2 \cdot I_{L1} - 2 \cdot I_{L2}) \cdot r_{oint} + 2 \cdot V_{oint}] \cdot \hat{d}(t) \\ &+ 2 \cdot (D - 1) \cdot (\hat{v}_{oint}(t) + V_{oint} \cdot (\hat{i}_{L1}(t) - \hat{i}_{L2}(t))) \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} L_2 \cdot \frac{d\hat{i}_{L2}(t)}{dt} &= \frac{1}{2 \cdot r_o + R_o} \cdot [((2 \cdot D - 2) \cdot r_o - r_{oint}) \cdot R_o + 2 \cdot r_o \cdot ((D - 1) \cdot r_o - r_{oint}) \cdot \hat{i}_{L2}(t) \\ &+ ((-2 \cdot I_{L1} \cdot r_{oint} + 2 \cdot I_{L2} \cdot r_o + V_o) \cdot R_o + 2 \cdot r_o^2 \cdot I_{L2} - 4 \cdot I_{L1} \cdot r_{oint} \cdot r_o) \cdot \hat{d}(t) \\ &- 2 \cdot r_{oint} \cdot (2 \cdot r_o + R_o) \cdot (D - 1) \cdot \hat{i}_{L1}(t) + (2 \cdot r_o + R_o) \cdot \hat{v}_{oint}(t) \\ &+ \hat{v}_o(t) \cdot R_o \cdot (D - 1)] \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$C_{oint} \cdot \frac{d\hat{v}_{oint}(t)}{dt} = 2 \cdot (1 - D) \cdot \hat{i}_{L1}(t) - 2 \cdot I_{L1} \cdot \hat{d}(t) - \hat{i}_{L2}(t) \quad (3.50)$$

$$C_o \cdot \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} = \frac{-2}{2 \cdot r_o + R_o} \left[(D - 1) \cdot \hat{i}_{L2}(t) \cdot R_o + I_{L2} \cdot R_o \cdot \hat{d}(t) - \frac{\hat{v}_o(t)}{R_o} \right] \quad (3.51)$$

A perturbação na tensão de entrada $\hat{v}_{in}(t)$ foi desconsiderada, portanto assume-se que para a validação dos modelos a perturbação ocorrerá somente na razão cíclica, as demais perturbações, de corrente nos indutores e tensão nos capacitores são consequências da perturbação na razão cíclica.

Aplicando a transformada de Laplace nas Equações (3.48) a (3.51) obtém-se as equações a seguir.

$$\begin{aligned} L_1 \cdot S \cdot I_{L1}(S) &= [(2 \cdot I_{L1} - 2 \cdot I_{L2}) \cdot r_{oint} + 2 \cdot V_{oint}] \cdot d(S) \\ &+ 2 \cdot (D - 1) \cdot (V_{oint}(S) + V_{oint} \cdot (I_{L1}(S) - I_{L2}(S))) \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} L_2 \cdot S \cdot I_{L2}(S) &= \frac{1}{2 \cdot r_o + R_o} \cdot [((2 \cdot D - 2) \cdot r_o - r_{oint}) \cdot R_o + 2 \cdot r_o \cdot ((D - 1) \cdot r_o - r_{oint}) \cdot I_{L2}(S) \\ &+ ((-2 \cdot I_{L1} \cdot r_{oint} + 2 \cdot I_{L2} \cdot r_o + V_o) \cdot R_o + 2 \cdot r_o^2 \cdot I_{L2} - 4 \cdot I_{L1} \cdot r_{oint} \cdot r_o) \cdot d(S) \\ &- 2 \cdot r_{oint} \cdot (2 \cdot r_o + R_o) \cdot (D - 1) \cdot I_{L1}(S) + (2 \cdot r_o + R_o) \cdot V_{oint}(S) \\ &+ V_o(S) \cdot R_o \cdot (D - 1)] \end{aligned} \quad (3.53)$$

$$C_{oint} \cdot S \cdot V_{oint}(S) = 2 \cdot (1 - D) \cdot I_{L1}(S) - 2 \cdot I_{L1} \cdot d(S) - I_{L2}(S) \quad (3.54)$$

$$C_o \cdot S \cdot V_o(S) = \frac{-2}{2 \cdot r_o + R_o} \left[(D - 1) \cdot I_{L2}(S) \cdot R_o + I_{L2} \cdot R_o \cdot d(S) - \frac{V_o(S)}{R_o} \right] \quad (3.55)$$

As expressões para as correntes I_{L1} , I_{L2} , V_{oint} e V_o são dadas pelas Equações (3.40), (3.41), (3.42) e (3.43) respectivamente, devendo, portanto serem substituídas nas Equações (3.52) a (3.55).

As Expressões (3.52) a (3.55) formam um sistema de equações, no qual, é possível obter a função de transferência $G_{id}(S)$ substituindo uma equação na outra sucessivamente. Devido ao tamanho, a função de transferência simbólica de $G_{id}(S)$ considerando as RSEs dos capacitores não será exibida nessa sessão, estando disponível para consulta no apêndice A.

A obtenção da expressão numérica para a função de transferência $G_{id}(S)$ foi realizada considerando a operação na condição nominal do conversor. A Tabela 3 apresenta os valores adotados.

Tabela 3 – Valores nominais de operação do conversor

$V_{in}=34 \text{ V}$	$C_{oint}=940 \text{ } \mu\text{F}$
$L_1=66 \text{ } \mu\text{H}$	$R_o=278 \text{ } \Omega$
$L_2=369 \text{ } \mu\text{H}$	$D=0,7885$
$C_o=330 \text{ } \mu\text{F}$	$r_o=0,1 \text{ } \Omega$
$r_{oint}=0,05 \text{ } \Omega$	$V_o=380 \text{ V}$

Fonte: Próprio autor

Utilizando os valores fornecidos pela tabela 3 a função de transferência $G_{id}(S)$ se torna:

$$G_{id}(S) = \frac{0,000178016791 \cdot S^3 + 0,0873986998 \cdot S^2 + 1156,281114 \cdot S + 44457,68751}{7,3086364 \cdot 10^{-11} \cdot S^4 + 4,3291532 \cdot 10^{-8} \cdot S^3 + 4,8053911 \cdot 10^{-4} \cdot S^2 + 0,089578545 \cdot S + 156,01825} \quad (3.56)$$

Afim de realizar a comparação entre os modelos com e sem RSE, pode-se obter a função de transferência $G_{id}(S)$ desconsiderando as RSEs dos capacitores, para isso basta fazer $r_{oint}=0 \text{ } \Omega$ e $r_o=0 \text{ } \Omega$ nas Equações (3.52) a (3.55) e resolver o sistema de equações. Para essa condição a função de transferência simbólica $G_{id}(S)$ se torna:

$$G_{id}(s) = \frac{I_{L1}(s)}{d(s)} = K_i \cdot \frac{a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}{b_4 \cdot s^4 + b_3 \cdot s^3 + b_2 \cdot s^2 + b_1 \cdot s + b_0} \quad (3.57)$$

Onde,

$$K_i = \frac{V_{in}}{(1-D)^3 \cdot R_o}$$

$$a_3 = (1-D)^2 \cdot L_2 \cdot R_o^2 \cdot C_o \cdot C_{oint}$$

$$a_2 = 2 \cdot (1-D)^2 \cdot L_2 \cdot R_o \cdot C_{oint} + L_2 \cdot R_o \cdot C_o$$

$$a_1 = 2 \cdot (1-D)^4 \cdot R_o^2 \cdot C_{oint} + 2 \cdot (1-D)^2 \cdot R_o^2 \cdot C_o + 2 \cdot L_2$$

$$a_0 = 8 \cdot (1-D)^2 \cdot R_o$$

$$b_4 = L_1 \cdot L_2 \cdot R_o \cdot C_{oint} \cdot C_o$$

$$b_3 = 2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot C_{oint}$$

$$b_2 = 2 \cdot (1-D)^2 \cdot L_1 \cdot R_o \cdot C_{oint} + 4 \cdot (1-D)^2 \cdot L_2 \cdot R_o \cdot C_o + L_1 \cdot R_o \cdot C_o$$

$$b_1 = 2 \cdot L_1 + 8 \cdot (1-D)^2 \cdot L_2$$

$$b_0 = 8 \cdot (1-D)^4 \cdot R_o$$

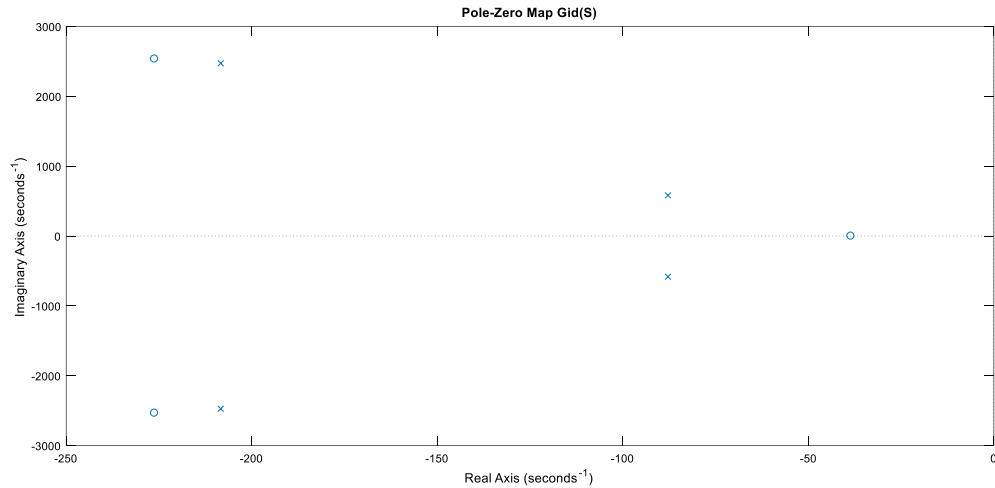
Considerando a operação do conversor na condição nominal, conforme a Tabela 3, obtemos a expressão numérica para $G_{id}(s)$ desconsiderando as RSEs dos capacitores.

$$G_{id}(s) = \frac{5,128 \cdot 10^{-6} \cdot s^3 + 0,0005525 \cdot s^2 + 33,32 \cdot s + 1289}{2,1 \cdot 10^{-12} \cdot s^4 + 4,579 \cdot 10^{-11} \cdot s^3 + 1,362 \cdot 10^{-5} \cdot s^2 + 0,0002634 \cdot s + 4,408} \quad (3.58)$$

Para retirar mais informações a respeito da função de transferência $G_{id}(s)$ são apresentadas as Figuras 23 e 24 que exibem os diagramas de polos e zeros do modelo com RSE e sem RSE, respectivamente. Pela distribuição dos polos e zeros é possível perceber que o modelo com RSE possui uma maior razão de amortecimento, pois o ângulo formado entre a origem e os pólos e zeros

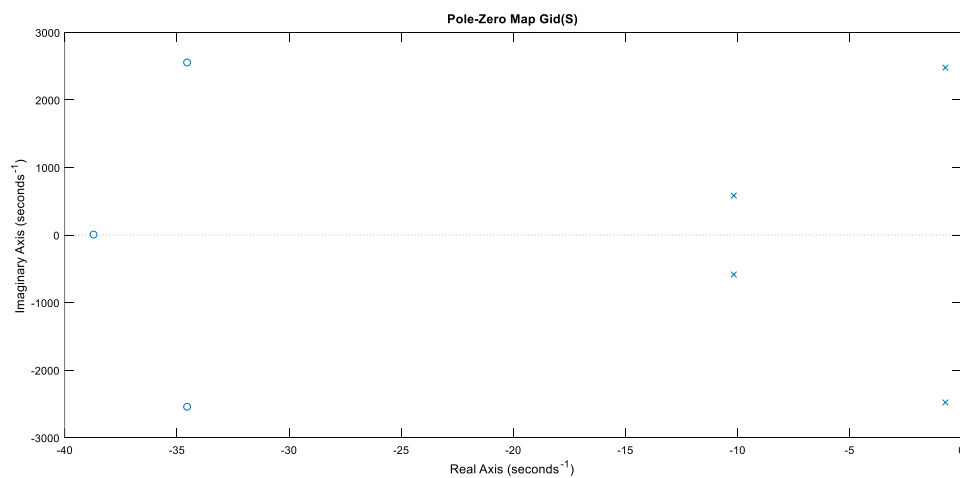
dominantes é menor, o que implicará em um amortecimento nas frequências de ressonância do conversor.

Figura 23 - Diagrama de polos e zeros da planta $G_{id}(s)$ com RSE



Fonte: O autor

Figura 24 - Diagrama de polos e zeros da planta $G_{id}(s)$ sem RSE



Fonte: O autor

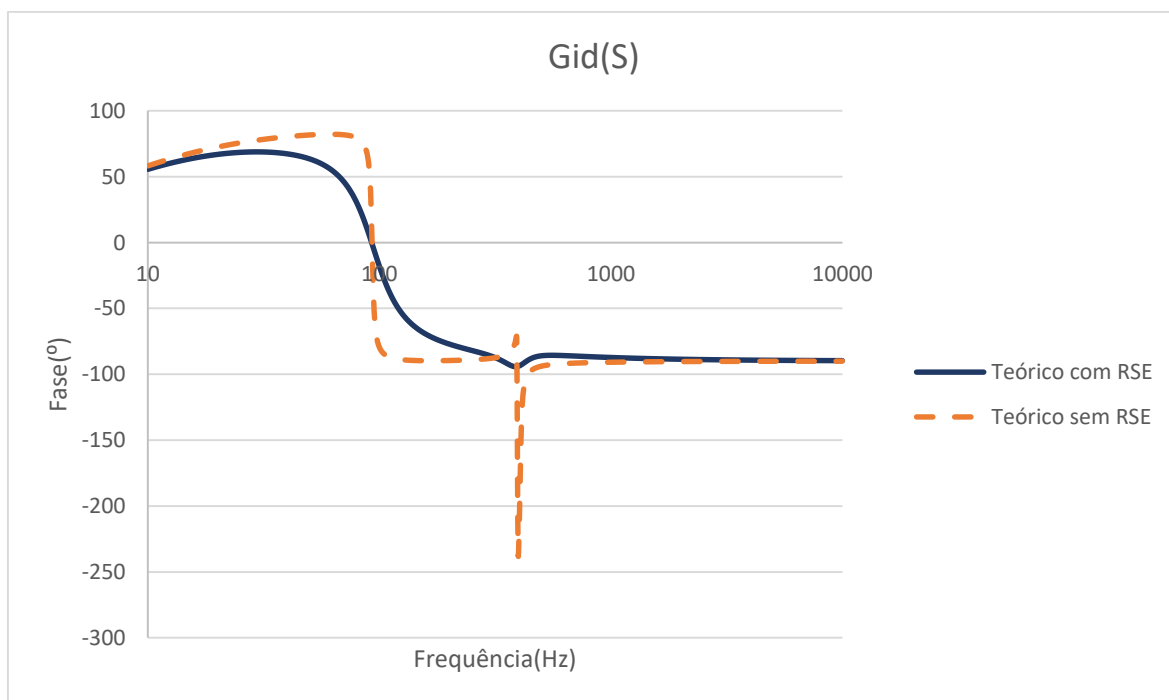
As Figuras 25 e 26 exibem os gráficos de Bode para $G_{id}(s)$, possibilitando analisar a influência das RSEs no comportamento do conversor. É possível perceber que os gráficos com RSE possuem um comportamento mais suave, portanto as RSEs amortecem os picos de ressonância do conversor.

Figura 25 - Gráfico de bode da magnitude de $G_{id}(s)$ com e sem RSE



Fonte: O autor

Figura 26 - Gráfico de bode da fase de $G_{id}(s)$ com e sem RSE



Fonte: O autor

3.3.2 Obtenção do modelo $G_{vi}(s)$

O modelo $G_{vi}(s)$ representa a variação na tensão de saída em função de uma perturbação na corrente do indutor de entrada L_1 . O modelo $G_{vi}(s)$ será calculado por:

$$G_{vi}(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{V_{out}(s)}{d(s)} \cdot \frac{d(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{G_{vd}(s)}{G_{id}(s)}. \quad (3.59)$$

Portanto, é necessário obter a função de transferência $G_{vd}(s)$ para posteriormente encontrar uma expressão para $G_{vi}(s)$. Esse método se faz necessário, pois não é possível validar o modelo de $G_{vi}(s)$ diretamente. Conforme mostra a Equação (3.59), $G_{vi}(s)$ é dado pela divisão de dois modelos: $G_{vd}(s)$ e $G_{id}(s)$, onde $G_{id}(s)$ foi obtido na sessão anterior.

Para obter $G_{vd}(s)$ são utilizadas as Equações (3.52) a (3.55) e será utilizada uma equação adicional que se encontra a seguir.

$$\langle v_{out}(t) \rangle_{Ts} = \langle v_o(t) \rangle_{Ts} + r_o \cdot C_o \cdot \frac{d\langle v_o(t) \rangle_{Ts}}{dt} \quad (3.60)$$

Nas Equações (3.52) a (3.55) $v_o(s)$ representa a soma das tensões sobre os capacitores de saída, o modelo de $G_{vd}(s)$ deve levar em consideração a soma das tensões sobre as RSEs dos capacitores, porque as componentes em frequência da tensão sobre as RSEs não são nulas, apesar do valor médio ser nulo.

A seguir aplica-se as expressões abaixo na Equação (3.60).

$$\begin{aligned} \langle v_o(t) \rangle_{Ts} &= V_o + \hat{v}_o(t) \\ \langle v_{out}(t) \rangle_{Ts} &= V_{out} + \hat{v}_{out}(t) \end{aligned}$$

Obtemos então,

$$V_{out} + \hat{v}_{out}(t) = V_o + \hat{v}_o(t) + r_o \cdot C_o \cdot \frac{d(V_o + \hat{v}_o(t))}{dt} \quad (3.61)$$

Linearizando a equação anterior obtém se,

$$\hat{v}_{out}(t) = \hat{v}_o(t) + r_o \cdot C_o \cdot \frac{d\hat{v}_o(t)}{dt} \quad (3.62)$$

Aplicando a transformada de Laplace,

$$V_{out}(S) = V_o(S) \cdot (1 + r_o \cdot C_o \cdot S). \quad (3.63)$$

Pela Equação (3.63) pode-se observar que a RSE adiciona um zero no semi-plano esquerdo.

As Equações (3.52) a (3.55) e (3.63) formam um sistema de equações do qual é possível isolar a expressão $V_{out}(S)/d(S)$, tal função de transferência simbólica encontra-se no apêndice A. A função de transferência numérica para as condições estabelecidas pela Tabela 3 encontra-se abaixo.

$$G_{vd}(s) = \frac{V_{out}(S)}{d(S)} = \frac{-9,36472469 \cdot 10^{-7} \cdot s^4 + 0,00260527 \cdot s^3 + 945,140 \cdot s^2 + 3,70884359 \cdot 10^5 \cdot s + 5,495639067 \cdot 10^9}{7,3086365 \cdot 10^{-7} \cdot s^4 + 0,000432915 \cdot s^3 + 4,80539113 \cdot s^2 + 895,78545 \cdot s + 1,5601826 \cdot 10^6} \quad (3.64)$$

Fazendo $r_o = 0$ e $r_{oint} = 0$ na equação exibida pela Figura 67, pode-se obter o modelo de $G_{vd}(s)$ desconsiderando os efeitos das RSEs. A função de transferência $G_{vd}(s)$ para esse caso se encontra abaixo.

$$G_{vd}(s) = \frac{V_{out}(s)}{d(s)} = K_v \cdot \frac{c_3 \cdot s^3 + c_2 \cdot s^2 + c_1 \cdot s + c_0}{d_4 \cdot s^4 + d_3 \cdot s^3 + d_2 \cdot s^2 + d_1 \cdot s + d_0} \quad (3.65)$$

Onde,

$$K_v = \frac{V_{in}}{(1 - D)^3}$$

$$c_3 = -L_1 \cdot L_2 \cdot C_{oint}$$

$$c_2 = (1 - D)^2 \cdot R_o \cdot L_1 \cdot C_{oint}$$

$$c_1 = -2 \cdot L_1 - 4 \cdot (1 - D)^2 \cdot L_2$$

$$c_0 = 8 \cdot (1 - D)^4 \cdot R_o$$

$$d_4 = L_1 \cdot L_2 \cdot R_o \cdot C_{oint} \cdot C_o$$

$$d_3 = 2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot C_{oint}$$

$$d_2 = 2 \cdot (1 - D)^2 \cdot L_1 \cdot R_o \cdot C_{oint} + 4 \cdot (1 - D)^2 \cdot L_2 \cdot R_o \cdot C_o + L_1 \cdot R_o \cdot C_o$$

$$d_1 = 2 \cdot L_1 + 8 \cdot (1 - D)^2 \cdot L_2$$

$$d_0 = 8 \cdot (1 - D)^4 \cdot R_o$$

Para obter $G_{vi}(s)$ faz-se uso da Equação (3.59), reescrita a seguir.

$$G_{vi}(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{V_{out}(s)}{d(s)} \cdot \frac{d(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{G_{vd}(s)}{G_{id}(s)} \quad (3.59)$$

Devido ao tamanho, a função de transferência simbólica $G_{vi}(s)$ considerando as RSEs está disponível somente no apêndice. Considerando a operação na condição nominal do conversor, conforme apresentado na Tabela 3, pode-se obter a expressão numérica para $G_{vi}(s)$, que se encontra a seguir.

$$G_{vi}(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{-6,875614 \cdot 10^{-9} \cdot s^4 + 1,912798 \cdot 10^{-5} \cdot s^3 + 6,9392517 \cdot s^2 + 2723,0462 \cdot s + 4,0349178 \cdot 10^7}{0,01307005649 \cdot s^3 + 6,416843792 \cdot s^2 + 84894,57281 \cdot s + 3,264099314 \cdot 10^6} \quad (3.66)$$

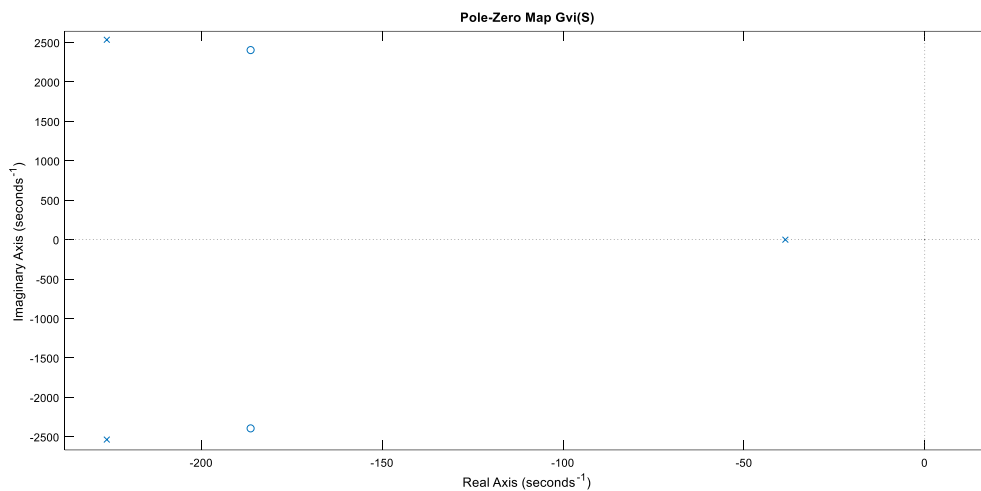
O modelo de $G_{vi}(s)$ apresenta mais zeros do que polos, o que caracteriza o modelo como função imprópria. O zero adicional se deve a consideração das RSEs no cálculo. Desconsiderando as RSEs obtém-se a expressão (3.67).

$$G_{vi}(s) = \frac{K_v}{K_i} \cdot \frac{c_3 \cdot s^3 + c_2 \cdot s^2 + c_1 \cdot s + c_0}{a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0} \quad (3.67)$$

Os coeficientes da Equação (3.67) já foram obtidos anteriormente. Com o intuito de adquirir mais informações sobre os modelos obtidos são apresentados a seguir os diagramas de pólos e zeros para o modelo de $G_{vi}(s)$ com e sem RSE.

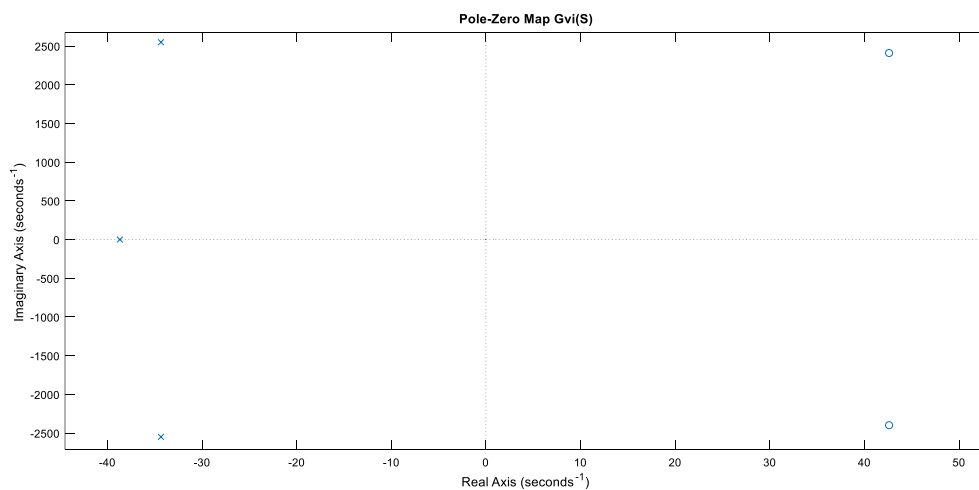
Observando as Figuras 27 e 28 é possível observar o deslocamento de um par de zeros complexo conjugados para o semiplano esquerdo quando se leva em consideração as RSEs, também se observa que devido a distribuição dos polos e zeros a razão de amortecimento do modelo com RSE é maior, portanto haverá um amortecimento da resposta do modelo nas frequências de ressonância do conversor.

Figura 27 - Diagrama de pólos e zeros dominantes da planta $G_{vi}(s)$ com RSE



Fonte: O autor

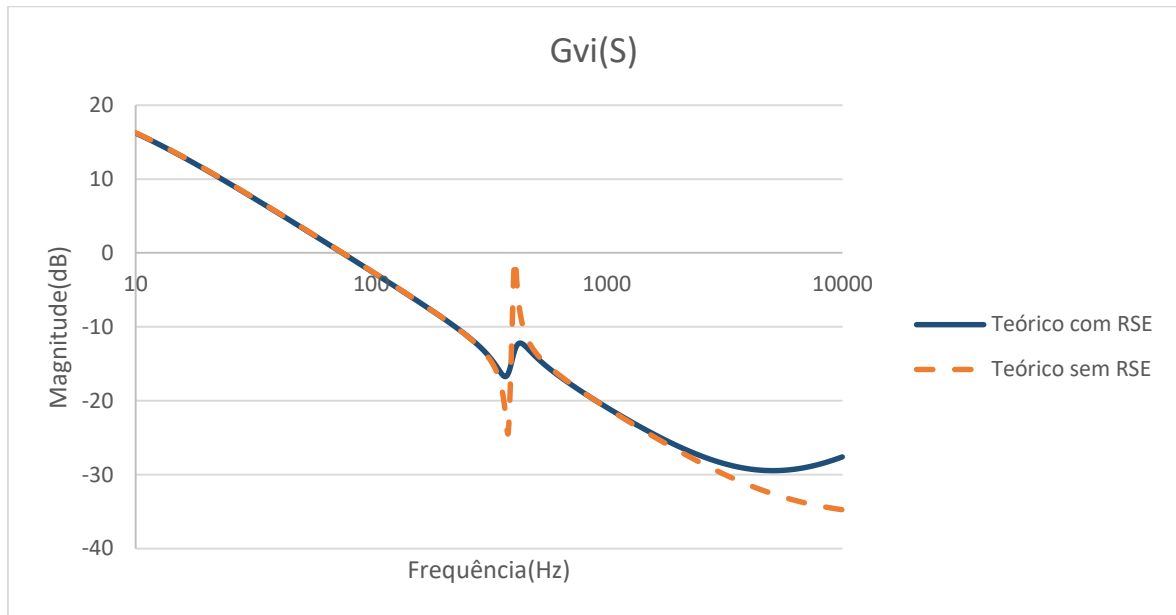
Figura 28 - Diagrama de pólos e zeros dominantes da planta $G_{vi}(s)$ sem RSE



Fonte: O autor

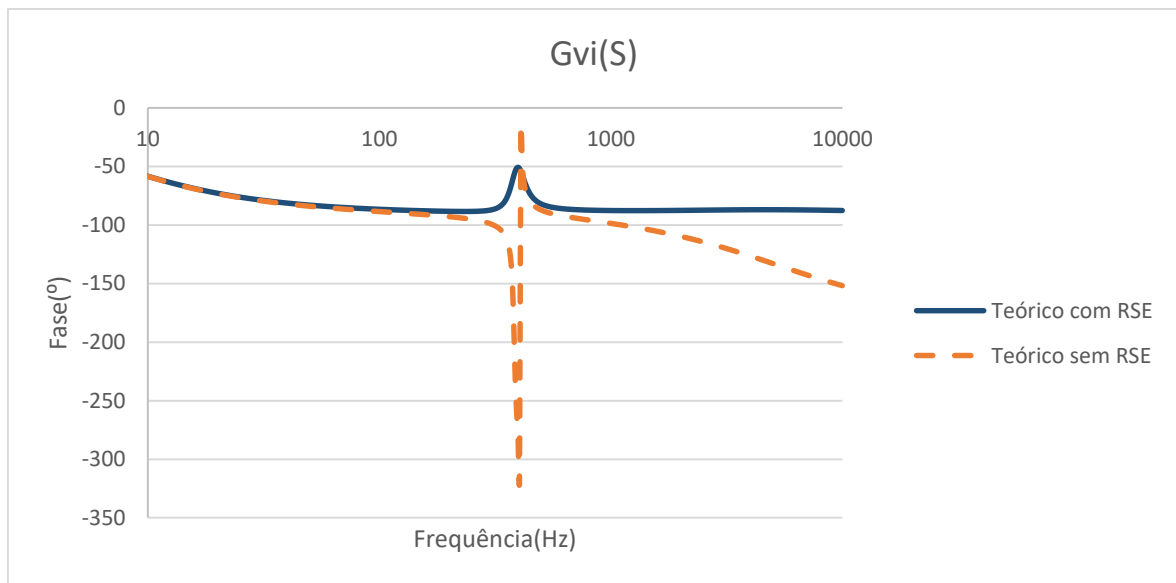
Os gráficos de Bode para $G_{vi}(s)$ com e sem RSE estão a seguir.

Figura 29 - Gráfico de bode da magnitude de $G_{vi}(s)$ com e sem RSE



Fonte: O autor

Figura 30 - Gráfico de bode da fase de $G_{vi}(s)$ com e sem RSE



Fonte: O autor

3.3.3 Obtenção do modelo $G_{vdif}(s)$

O modelo $G_{vdif}(s)$ estabelece uma relação entre a diferença de tensão nos capacitores de saída com relação a diferença nas razões cíclicas. Para obtenção

do modelo é necessário obter uma expressão para o tempo de condução de cada uma das chaves, a Figura 31 auxilia nesse processo.

Figura 31 - Sinais de comando nas chaves



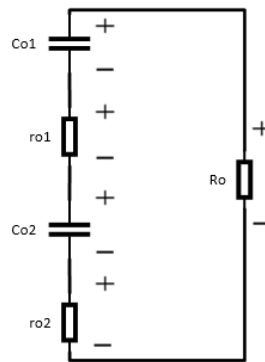
Fonte: O autor

Pela figura 31 pode-se verificar que:

$$\Delta T1 = \Delta T3 = \frac{D1+D2-1}{2}, \Delta T2 = 1 - D2 \text{ e } \Delta T4 = 1 - D1$$

Onde, D1 e D2 são as razões cíclicas das chaves S1 e S2 respectivamente. O próximo passo é equacionar as etapas de operação, a Figura 32 exibe a primeira e terceira etapas de operação.

Figura 32 - Circuito de saída para primeira e terceira etapa de operação



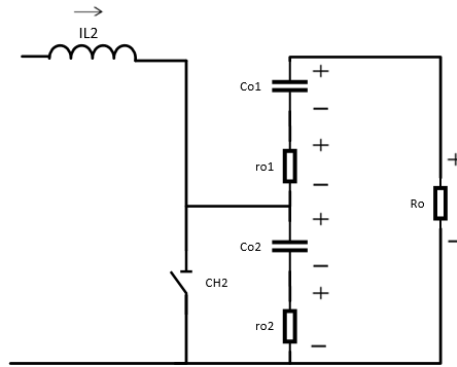
Fonte: O autor

$$C_{o1} \cdot \frac{dv_{o1}(t)}{dt} = \frac{-v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.68)$$

$$C_{o2} \cdot \frac{dv_{o2}(t)}{dt} = \frac{-v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.69)$$

A segunda etapa é ilustrada na Figura 33.

Figura 33 - Circuito de saída para a segunda etapa de operação



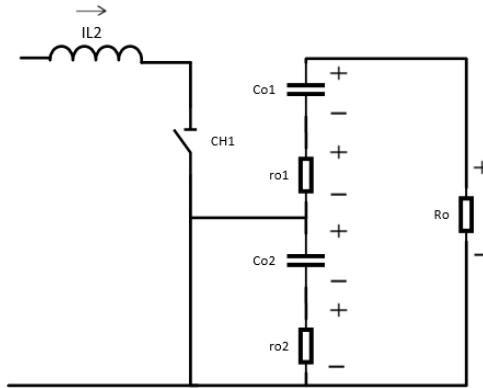
Fonte: O autor

$$C_{o1} \cdot \frac{dv_{o1}(t)}{dt} = \frac{-i_{L2}(t) \cdot r_{o2} - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.70)$$

$$C_{o2} \cdot \frac{dv_{o2}(t)}{dt} = \frac{i_{L2}(t) \cdot (r_{o1} + R_o) - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.71)$$

Para equacionar a quarta etapa faz-se uso da Figura 34.

Figura 34 - Circuito de saída para a quarta etapa de operação



Fonte: O autor

$$C_{o1} \cdot \frac{dv_{o1}(t)}{dt} = \frac{i_{L2}(t) \cdot (r_{o2} + R_o) - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.72)$$

$$C_{o2} \cdot \frac{dv_{o2}(t)}{dt} = \frac{-i_{L2}(t) \cdot r_{o1} - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \quad (3.73)$$

De posse das equações das etapas, pode-se efetuar a média em um período de chaveamento.

$$C_{o1} \cdot \frac{dv_{o1}(t)}{dt} = 2 \cdot \left(\frac{-v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) \cdot \Delta T1 + \left(\frac{-i_{L2}(t) \cdot r_{o2} - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) \cdot \Delta T2 \quad (3.74)$$

$$+ \left(\frac{i_{L2}(t) \cdot (r_{o2} + R_o) - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) \cdot \Delta T4$$

$$C_{o2} \cdot \frac{dv_{o2}(t)}{dt} = 2 \cdot \left(\frac{-v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) \cdot \Delta T1 + \left(\frac{i_{L2}(t) \cdot (r_{o1} + R_o) - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) \cdot \Delta T2 \quad (3.75)$$

$$+ \left(\frac{-i_{L2}(t) \cdot r_{o1} - v_{o2}(t) - v_{o1}(t)}{r_{o2} + r_{o1} + R_o} \right) \cdot \Delta T4$$

Os termos multiplicados por $\Delta T1$ devem ser dobrados, pois essa etapa ocorre duas vezes em um período de chaveamento.

Para obter um valor diferencial fazemos a subtração da Equação (3.74) pela Equação (3.75). É feita a consideração de que $C_{o1} = C_{o2} = C_o$.

$$C_{o1} \cdot \frac{d\langle v_{o1}(t) \rangle_{Ts}}{dt} - C_{o2} \cdot \frac{d\langle v_{o2}(t) \rangle_{Ts}}{dt} = \langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} \cdot (d2(t) - d1(t)) \quad (3.76)$$

$$C_o \cdot \frac{d\langle v_{cdif}(t) \rangle_{Ts}}{dt} = \langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} \cdot (d2(t) - d1(t)) \quad (3.77)$$

Onde $\langle v_{cdif}(t) \rangle_{Ts}$ é a diferença de tensão média entre os capacitores de saída, no entanto há a parcela de tensão sobre as RSEs que deve ser equacionada.

$$\langle v_{dif}(t) \rangle_{Ts} = \langle v_{o1}(t) \rangle_{Ts} + r_{o1} \cdot C_{o1} \cdot \frac{d\langle v_{o1}(t) \rangle_{Ts}}{dt} - \langle v_{o2}(t) \rangle_{Ts} \quad (3.78)$$

$$- r_{o2} \cdot C_{o2} \cdot \frac{d\langle v_{o2}(t) \rangle_{Ts}}{dt}$$

$$\langle v_{dif}(t) \rangle_{Ts} = \langle v_{cdif}(t) \rangle_{Ts} + r_o \cdot C_o \cdot \left(\frac{d\langle v_{o1}(t) \rangle_{Ts}}{dt} - \frac{d\langle v_{o2}(t) \rangle_{Ts}}{dt} \right) \quad (3.79)$$

$$\langle v_{dif}(t) \rangle_{Ts} = \langle v_{cdif}(t) \rangle_{Ts} + r_o \cdot C_o \cdot \frac{d\langle v_{cdif}(t) \rangle_{Ts}}{dt} \quad (3.80)$$

Portanto, $\langle v_{dif}(t) \rangle_{Ts}$ é a diferença das tensões de saída levando-se em consideração as tensões sobre as RSEs. A seguir aplica-se as expressões abaixo nas Equações (3.77) e (3.80).

$$\langle v_{cdif}(t) \rangle_{Ts} = V_{cdif} + \hat{v}_{cdif}(t)$$

$$\langle v_{dif}(t) \rangle_{Ts} = V_{dif} + \hat{v}_{dif}(t)$$

$$\langle i_{L2}(t) \rangle_{Ts} = I_{L2} + \hat{i}_{L2}(t)$$

$$d1(t) = D1 + \hat{d}1(t)$$

$$d2(t) = D2 + \hat{d}2(t)$$

Após a linearização, obtém-se as expressões a seguir.

$$C_o \cdot \frac{d\hat{v}_{cdif}(t)}{dt} = I_{L2} \cdot (\hat{d}2(t) - \hat{d}1(t)) + \hat{i}_{L2}(t) \cdot (D2 - D1) \quad (3.81)$$

$$\hat{v}_{dif}(t) = \hat{v}_{cdif}(t) + r_o \cdot C_o \cdot \frac{d\hat{v}_{cdif}(t)}{dt} \quad (3.82)$$

Na Equação (3.81) deve se considerar $D2 - D1 = 0$, pois os valores médios para as duas razões cíclicas são iguais em regime permanente. Aplicando a transformada de Laplace nas Equações (3.81) e (3.82) obtém-se as Equações (3.83) e (3.84).

$$C_o \cdot S \cdot V_{cdif}(S) = -I_{L2} \cdot (d1(S) - d2(S)) \quad (3.83)$$

$$V_{dif}(S) = V_{cdif}(S)(1 + r_o \cdot C_o \cdot S) \quad (3.84)$$

Resolvendo o sistema de equações obtém-se a função de transferência a seguir.

$$G_{vdif}(S) = \frac{V_{dif}(S)}{\Delta d(S)} = \frac{V_{out1}(S) - V_{out2}(S)}{d1(S) - d2(S)} = \frac{-I_{L2} \cdot (1 + r_o \cdot C_o \cdot S)}{C_o \cdot S} \quad (3.85)$$

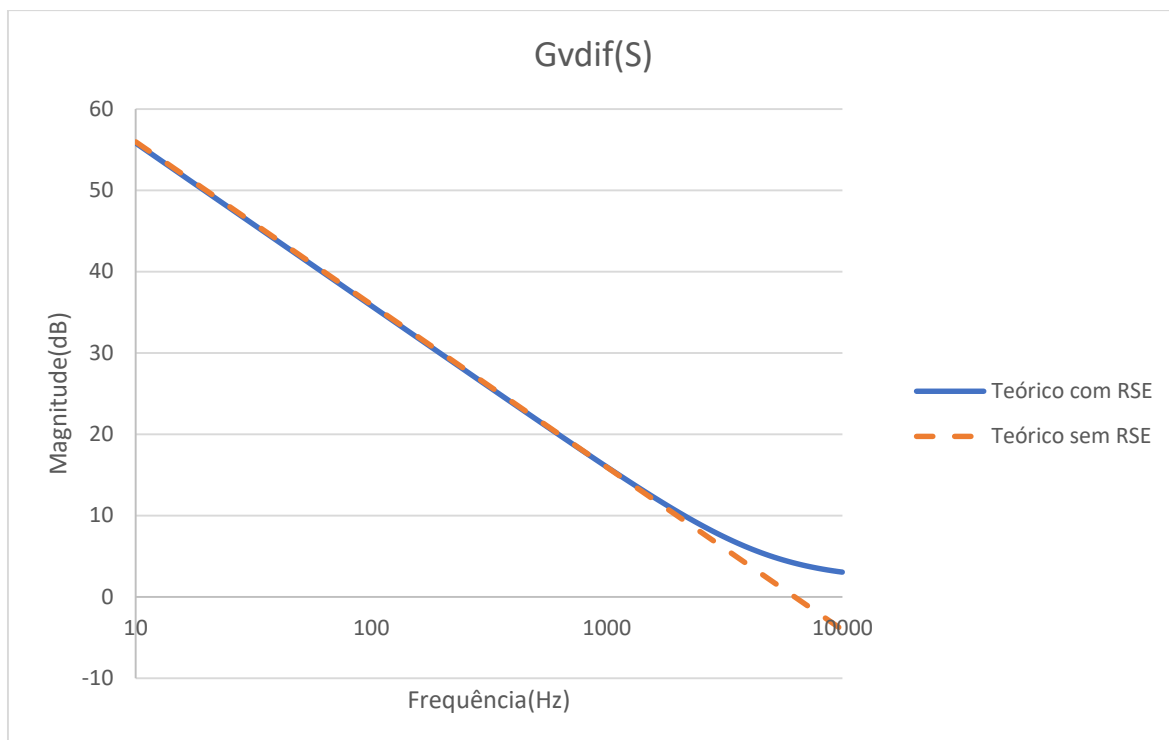
Onde, I_{L2} é dado pela expressão (3.41). No método de controle a ser utilizado ocorre a soma da ação de controle $d1$ e subtração da ação de controle $d2$, como $d1 = d2 = d$, temos que $d1 - d2 = 2 \cdot d$, portanto a Equação (3.85) deve ser multiplicada por dois, devido ao método de controle utilizado, conforme ilustra a Figura 17.

$$G_{vdif}(S) = \frac{-2 \cdot I_{L2} \cdot (1 + r_o \cdot C_o \cdot S)}{C_o \cdot S} \quad (3.86)$$

Para obter o modelo de $G_{vdif}(S)$ desconsiderando as RSEs basta fazer $r_o = 0$ e substituir I_{L2} pela Equação (2.26), resultando na Equação (3.87).

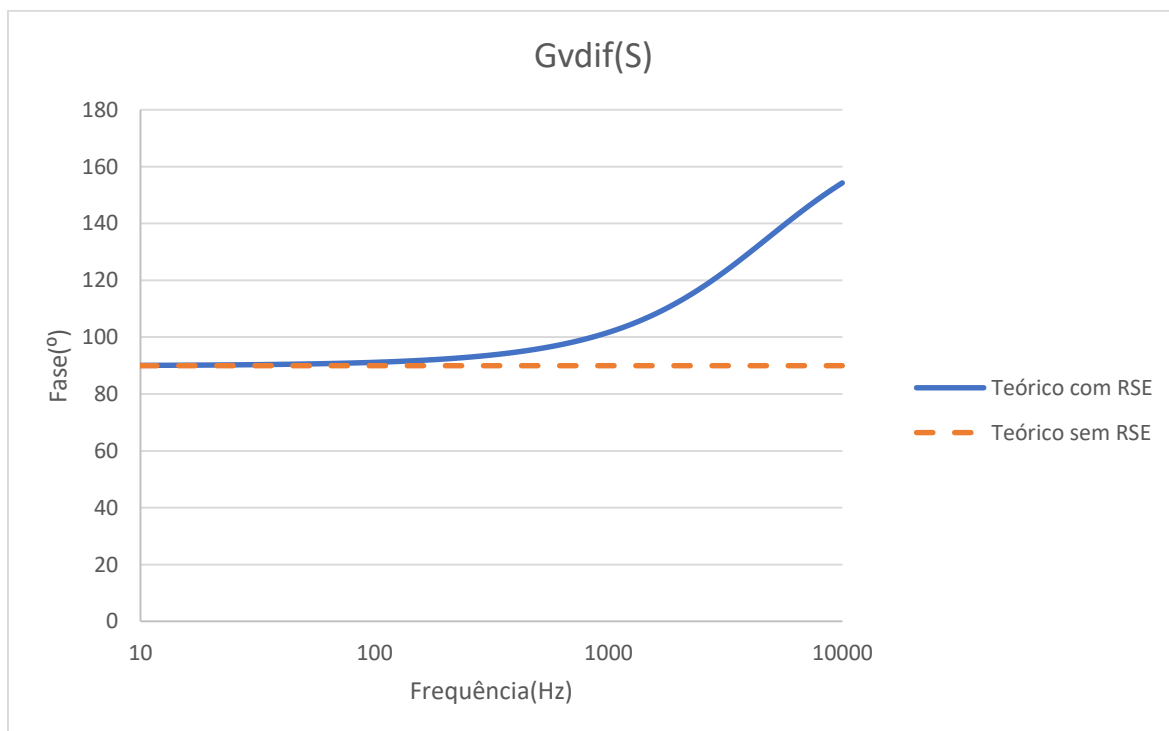
$$G_{vdif}(S) = \frac{-V_{in}}{C_o \cdot R_o \cdot (1 - D)^3 \cdot S} \quad (3.87)$$

Figura 35 - Gráfico de bode da magnitude de $G_{vdif}(s)$ com e sem RSE



Fonte: O autor

Figura 36 - Gráfico de bode da fase de $G_{vdif}(s)$ com e sem RSE



Fonte: O autor

Pela Figura 35 pode-se perceber que a RSE começa a ter influência significativa na magnitude a partir de 2,2KHz, o zero adicionado pela RSE diminuiu a taxa de decaimento da função de transferência em alta frequência. No caso da fase, a Figura 36 mostra que a influência da RSE se inicia na frequência de aproximadamente 230Hz.

4 VALIDAÇÃO DOS MODELOS OBTIDOS ATRAVÉS DE SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O presente capítulo apresenta os procedimentos adotados para a validação dos modelos matemáticos obtidos. As validações serão realizadas com a utilização dos softwares Psim e Matlab.

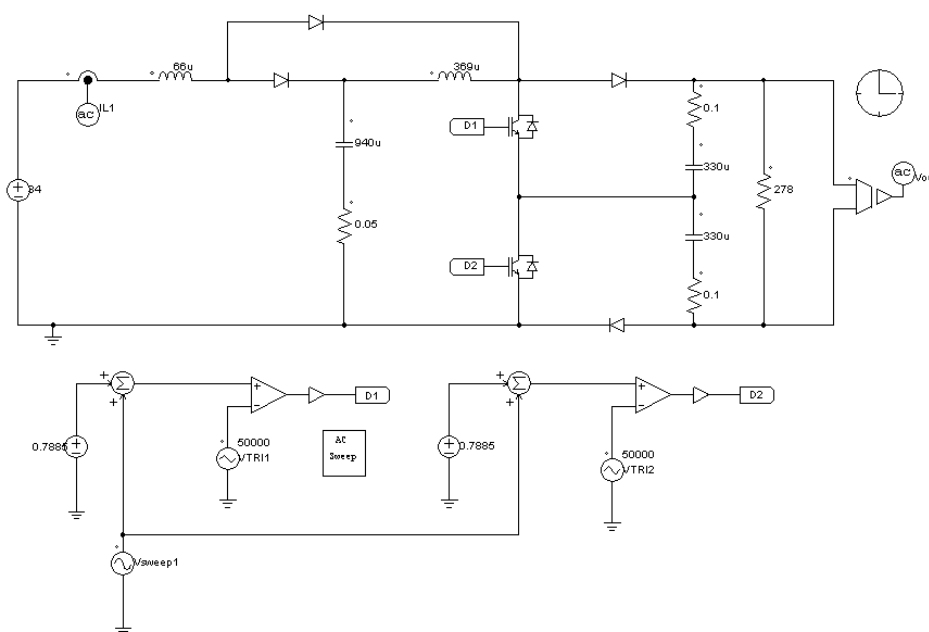
4.1 VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{ID}(S)$

Essa sessão apresentará o circuito simulado e os parâmetros de simulação adotados com o intuito de realizar a validação. A validação consiste em traçar os gráficos de Bode do circuito simulado e da função de transferência e comparar as duas.

4.1.1 Circuito simulado para validação de $G_{id}(s)$

A Figura 37 exibe o circuito simulado e a Tabelas 4, 5 e 6 apresentam os parâmetros utilizados nas simulações.

Figura 37 - Circuito utilizado para a validação de $G_{id}(s)$ no Psim



Fonte: O autor

Os valores iniciais de corrente nos indutores e de tensão nos capacitores são adicionados a simulação para torná-la mais rápida, pois o tempo que o conversor necessita para atingir o regime permanente é reduzido. Os valores são calculados por meio das Equações (3.40) a (3.43) e seus valores são exibidos pela Tabela 4.

Tabela 4 – Valores iniciais de corrente e tensão nos componentes

Valores iniciais de simulação	
IL1	15,156 (A)
IL2	6,411 (A)
Vcoint	79,94 (V)
Vco1	188,48 (V)
Vco2	188,48 (V)

Fonte: Próprio autor

Para facilitar a validação, a simulação foi dividida em duas partes, portanto a Tabela 5 exibe os parâmetros configurados para executar a simulação para as frequências entre 10Hz e 500Hz. A segunda simulação, cujos parâmetros podem ser verificados na Tabela 6, compreende as frequências entre 500Hz e 10KHz. Como o conversor tem a característica de atenuação em altas frequências, é necessário aplicar uma perturbação de maior amplitude e executar a simulação com passo de cálculo menor, devido à maior frequência da perturbação.

Tabela 5 – Parâmetros para a primeira parte da simulação

Parâmetros do bloco “Simulation Control”	
Time Step	5E-007
Total time	0.0904
Print time	0.09
Parâmetros do bloco “AC Sweep”	
Start Frequency	10
End Frequency	500

No. of Points	200
Source Name	Vsweep1
Start Amplitude	0.0005
End Amplitude	0.0005

Fonte: Próprio autor

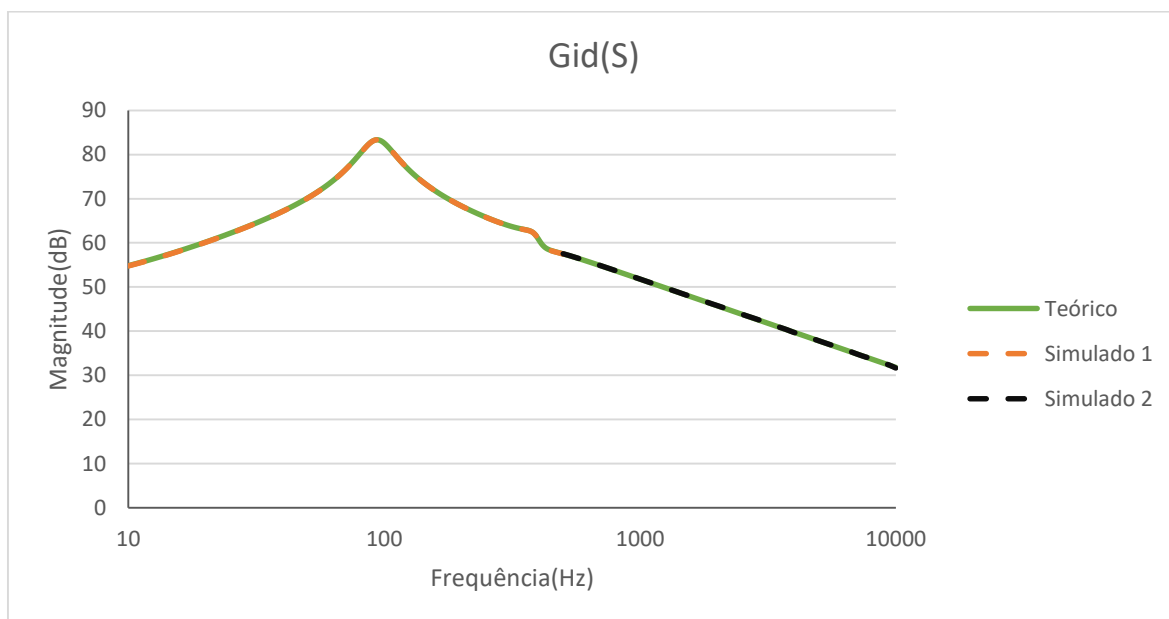
Tabela 6 – Parâmetros para a segunda parte da simulação

Parâmetros do bloco “Simulation Control”	
Time Step	1E-008
Total time	0.0904
Print time	0.09
Parâmetros do bloco “AC Sweep”	
Start Frequency	500
End Frequency	10000
No. of Points	50
Source Name	Vsweep1
Start Amplitude	0.002
End Amplitude	0.002

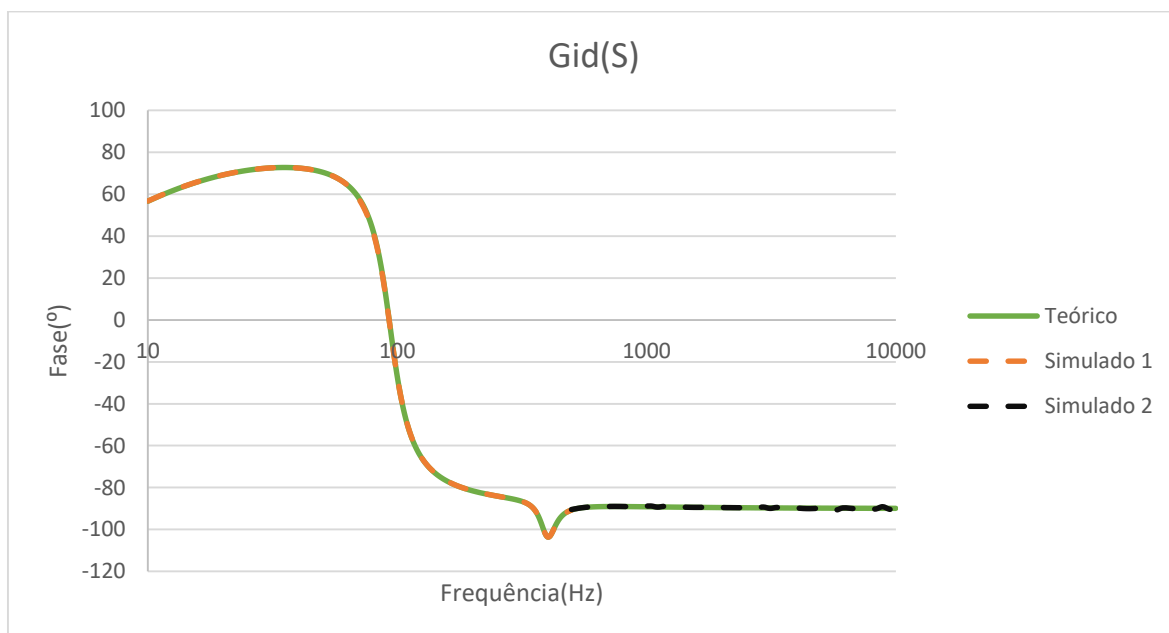
Fonte: Próprio autor

4.1.2 Resultados obtidos para a validação de $G_{id}(s)$

O resultado da simulação pode ser observado nos gráficos de Bode, conforme as Figuras 38 e 39. Pode-se verificar, pelos gráficos que o comportamento da função de transferência obtida para $G_{id}(S)$ é compatível com o comportamento do conversor em todo o intervalo de frequências analisado, conforme obtido pela simulação.

Figura 38 - Gráfico de magnitude de $G_{id}(s)$ 

Fonte: Próprio autor

Figura 39 - Gráfico de fase de $G_{id}(s)$ 

Fonte: Próprio autor

4.2 VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{vd}(S)$

Nessa seção serão apresentados os procedimentos realizados para a validação do modelo de tensão de saída total do conversor, a validação segue o procedimento adotado na sessão anterior, será efetuada pela comparação entre os gráficos de Bode obtidos por simulações e os gráficos da função de transferência.

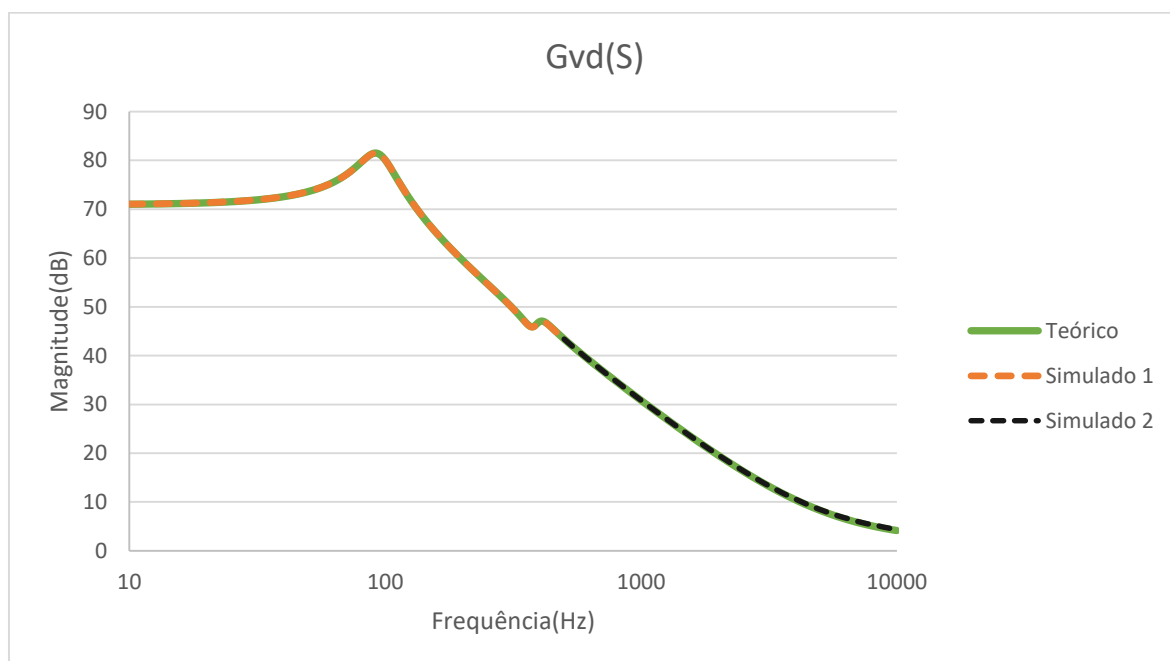
4.2.1 Circuito simulado para validação de $G_{vd}(s)$

O circuito utilizado na simulação é idêntico ao utilizado para a validação de $G_{id}(s)$ e pode ser verificado na Figura 37. Os parâmetros utilizados para a simulação são dados pelas Tabelas 4, 5 e 6, a simulação para validação de $G_{vd}(s)$ também foi dividida em duas partes.

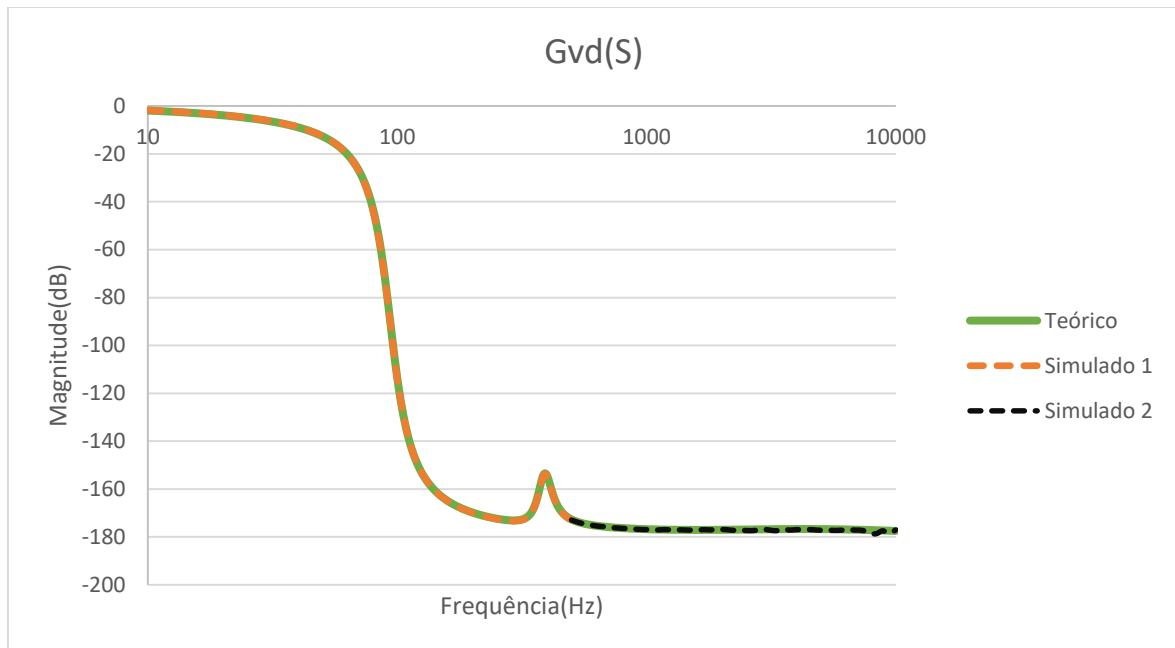
4.2.2 Resultados obtidos para a validação de $G_{vd}(s)$

As Figuras 40 e 41 exibem os gráficos de bode de magnitude e fase respectivamente, pelas figuras é possível verificar que o comportamento do modelo teórico é compatível com a simulação em todo o intervalo de frequências analisado.

Figura 40 - Gráfico de magnitude de $G_{vd}(s)$



Fonte: Próprio autor

Figura 41 - Gráfico de fase de $G_{vd}(s)$ 

Fonte: Próprio autor

4.3 VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{vi}(s)$

Nessa seção serão apresentados os procedimentos realizados para a validação do modelo de tensão de saída em função da corrente de entrada, a validação segue o procedimento adotado na sessão anterior, será efetuada pela comparação entre os gráficos de Bode obtidos por simulações e os gráficos da função de transferência.

4.3.1 Circuito simulado para validação de $G_{vi}(s)$

O circuito utilizado na simulação é idêntico ao utilizado para a validação de $G_{id}(s)$ e pode ser verificado na figura 37. Os parâmetros utilizados para a simulação são dados pelas Tabelas 4, 5, 6 e 7, a simulação para validação de $G_{vi}(s)$ foi dividida em três partes. Para verificar a hipótese de que a planta apresenta de fato um zero a mais do que a quantidade de pólos foi realizado uma simulação para um intervalo de frequências maior, indo de 10Hz até 500KHz. As duas primeiras partes da simulação foram obtidos com os parâmetros das Tabelas 5 e 6 respectivamente, a terceira parte utilizou os parâmetros listados na Tabela 7.

Tabela 7 – Parâmetros para a terceira parte da simulação

Parâmetros do bloco “Simulation Control”	
Time Step	5E-011
Total time	0.0704
Print time	0.07
Parâmetros do bloco “AC Sweep”	
Start Frequency	10000
End Frequency	500000
No. of Points	20
Source Name	Vsweep1
Start Amplitude	0.01
End Amplitude	0.01

Fonte: Próprio autor

Devido ao tempo de simulação utilizou-se um número reduzido de pontos. A frequência de chaveamento do conversor foi alterada para 600KHz para realização da terceira parte da simulação, isso é possível, pois os modelos matemáticos obtidos dependem somente da frequência da perturbação, sendo independentes da frequência de chaveamento.

4.3.2 Resultados obtidos para a validação de $G_{vi}(s)$

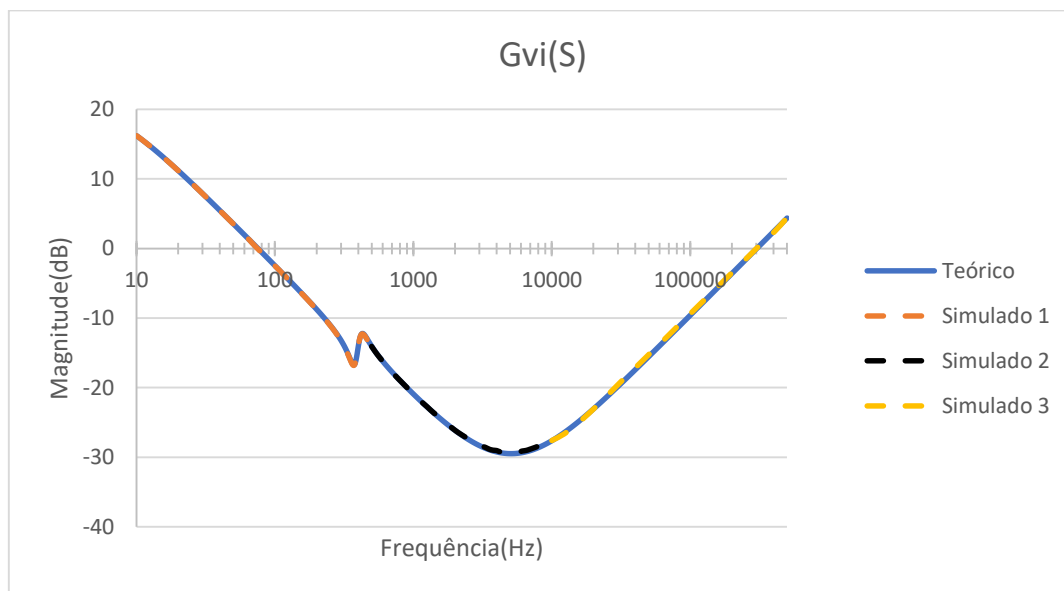
A validação do modelo é feita de forma indireta, pois não é possível na simulação obter a resposta da tensão de saída em função da corrente no indutor L_1 .

Utilizando-se das simulações dos modelos obtidos, $G_{id}(s)$ e $G_{vd}(s)$, pode-se obter o gráfico de $G_{vi}(s)$ para comparação com o modelo $G_{vi}(s)$ teórico. Para isso utilizaremos a Equação 3.59, reescrita a seguir.

$$G_{vi}(s) = \frac{V_{out}(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{V_{out}(s)}{d(s)} \cdot \frac{d(s)}{I_{L1}(s)} = \frac{G_{vd}(s)}{G_{id}(s)} \quad (3.59)$$

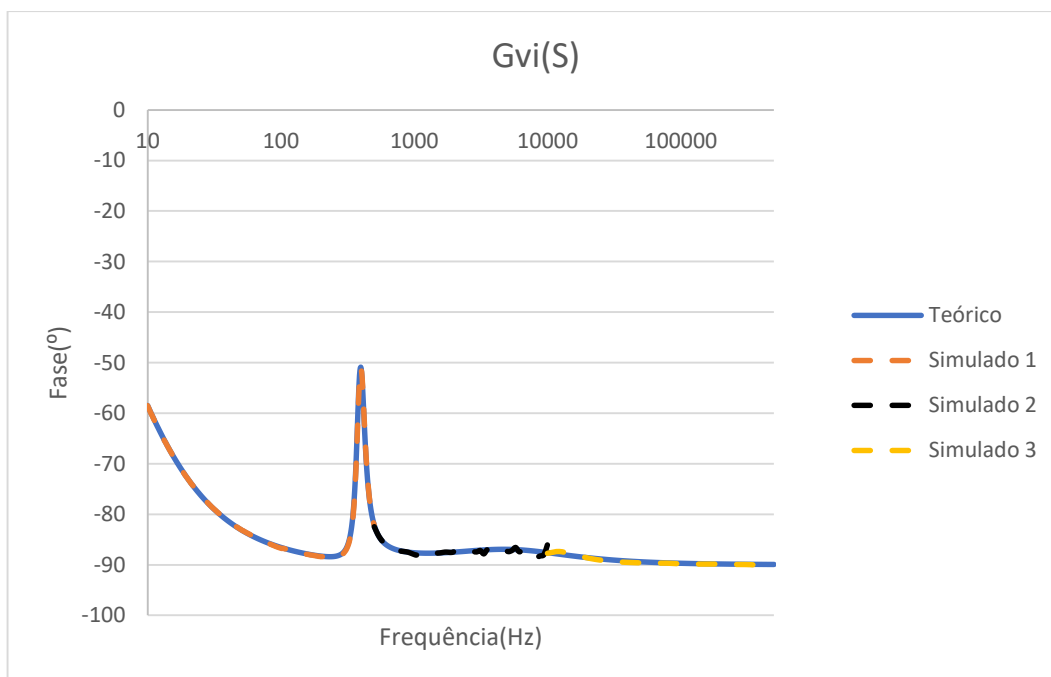
Portanto, pode-se obter o gráfico de bode de $G_{vi}(S)$ simulado pela divisão dos dados obtidos com as simulações de $G_{vd}(S)$ e $G_{id}(S)$. As Figuras 42 e 43 exibem os gráficos de bode de magnitude e fase respectivamente.

Figura 42 - Gráfico de magnitude de $G_{vi}(S)$



Fonte: Próprio autor

Figura 43 - Gráfico de fase de $G_{vi}(S)$



Fonte: Próprio autor

Pelos gráficos é possível verificar que o comportamento do modelo teórico é compatível com a simulação em todo o intervalo de frequências analisado. Como mostra a Figura 42, há um crescimento da magnitude da função de transferência em alta frequência, há fortes indícios de que seja devido ao fato da planta possuir um número maior de zeros do que polos.

4.4 VALIDAÇÃO DO MODELO $G_{VDIF}(S)$

Nessa seção serão apresentados os procedimentos realizados para a validação do modelo de tensão diferencial, a validação será efetuada pela comparação entre os gráficos de Bode obtidos por simulações e os gráficos da função de transferência.

4.4.1 Circuito simulado para validação de $G_{vdif}(s)$

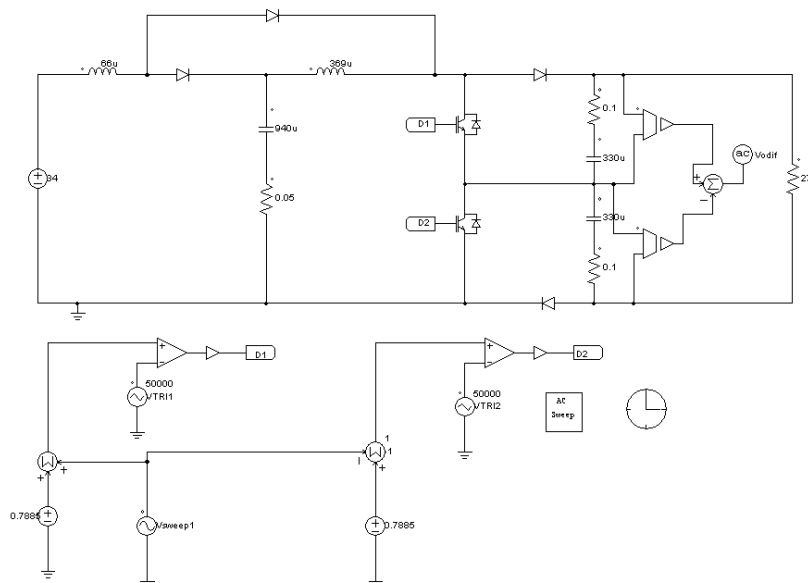
A Figura 44 exibe o circuito simulado e a Tabelas 4 e 8 apresentam os parâmetros utilizados nas simulações.

Tabela 8 – Parâmetros da simulação

Parâmetros do bloco “Simulation Control”	
Time Step	1E-008
Total time	0.07002
Print time	0.07
Parâmetros do bloco “AC Sweep”	
Start Frequency	10
End Frequency	10000
No. of Points	50
Source Name	Vsweep1
Start Amplitude	0.005
End Amplitude	0.005

Fonte: Próprio autor

Figura 44 - Circuito utilizado para a validação de $G_{vdif}(s)$

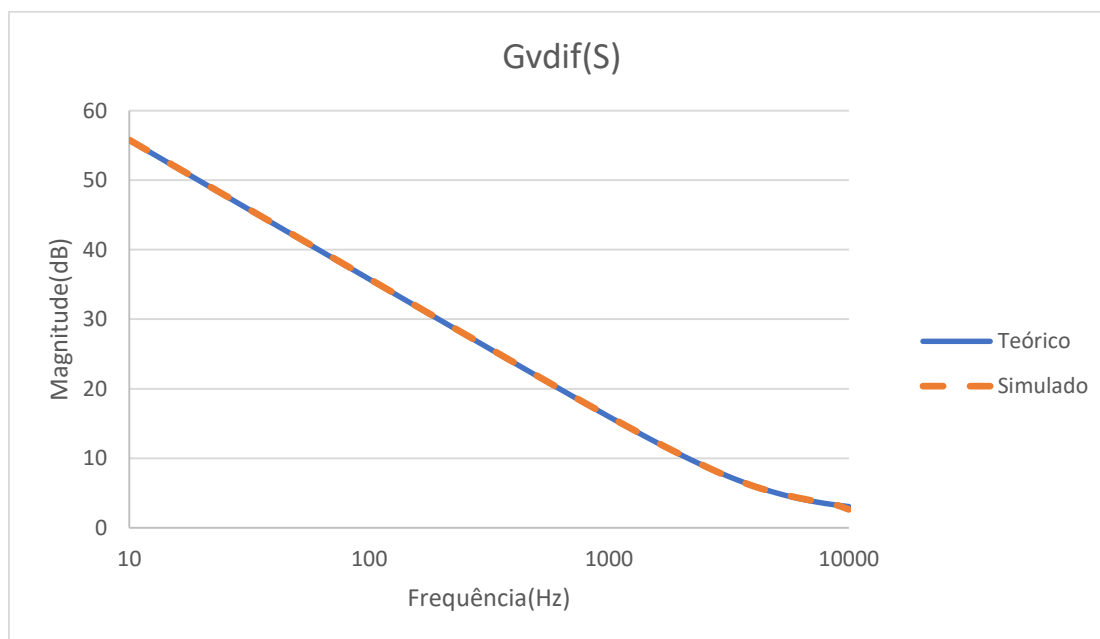


Fonte: Próprio autor

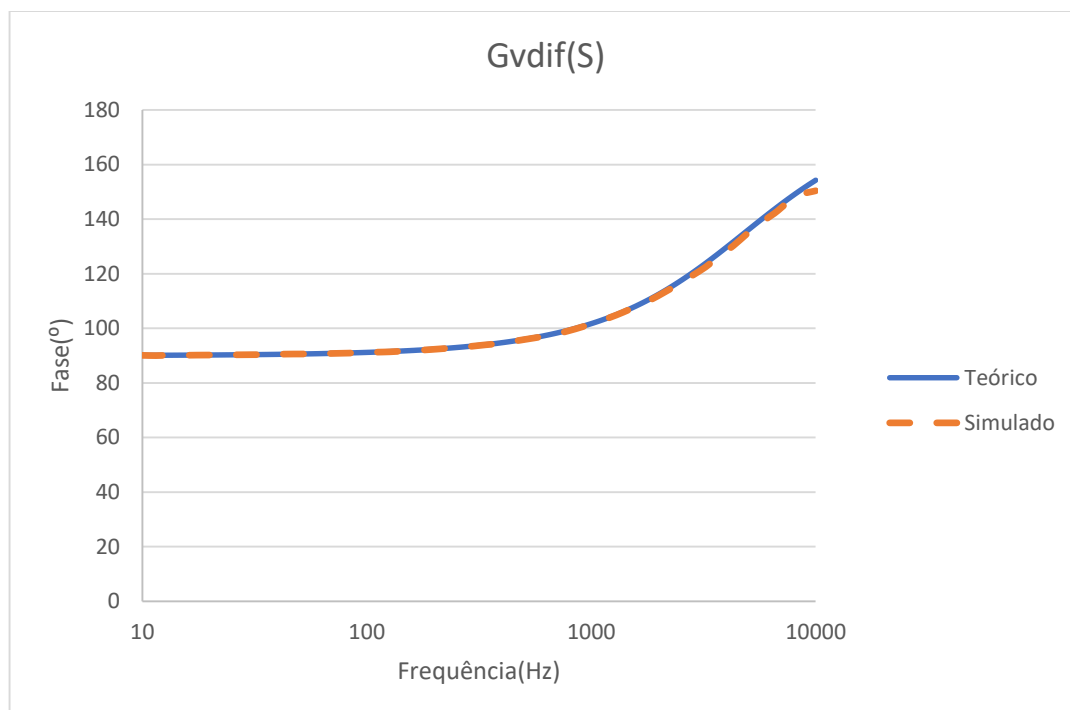
4.4.2 Resultados obtidos para a validação de $G_{vdif}(s)$

As Figuras 45 e 46 apresentam os gráficos de bode da magnitude e da fase respectivamente, como pode ser observado, a simulação seguiu o comportamento teórico em todas as frequências analisadas.

Figura 45 - Gráfico de magnitude de $G_{vdif}(s)$



Fonte: Próprio autor

Figura 46 - Gráfico de fase de $G_{vdif}(s)$ 

Fonte: Próprio autor

5 PROJETO DO CIRCUITO DE CONDICIONAMENTO DE SINAL

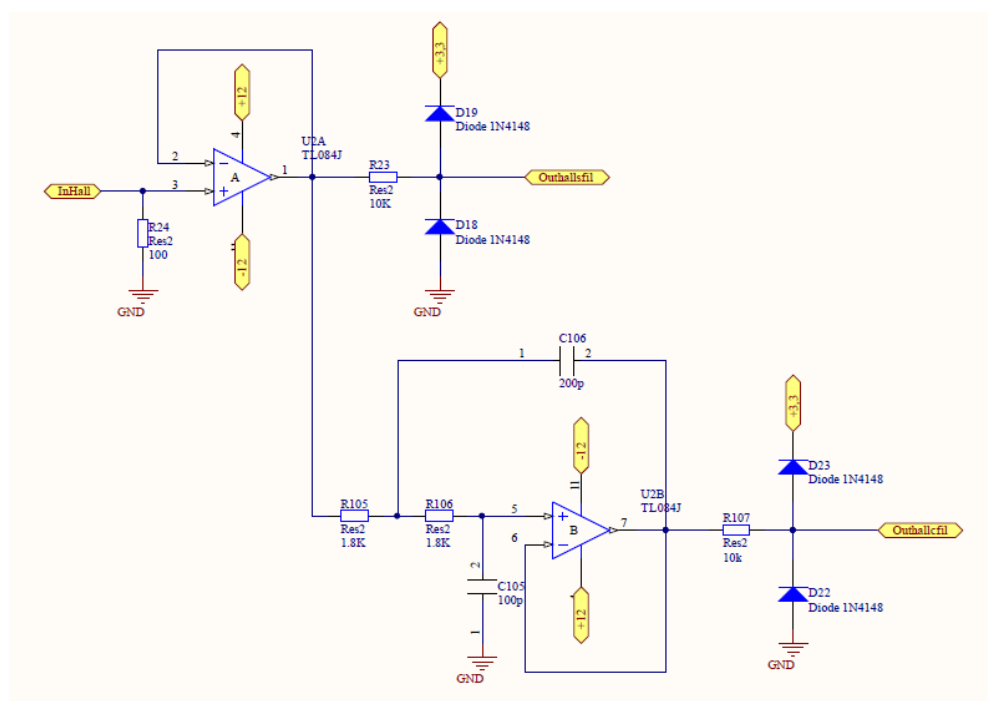
Os circuitos de condicionamento de sinal são responsáveis por tratar o sinal que será lido pelo microcontrolador. São necessários três circuitos, o circuito de condicionamento do sinal de corrente, circuito de condicionamento do sinal de tensão total e o circuito de condicionamento do sinal de tensão diferencial.

De acordo com [7], quando a frequência de amostragem é igual a frequência de chaveamento o *aliasing* se manifesta como um *offset* (valor CC em regime). Esse erro de leitura constante pode ser desprezado fazendo-se a amostragem no pico ou no vale da portadora triangular que gera o PWM.

Devido ao exposto em [7] a frequência de amostragem do microcontrolador será configurada para 50 KHz, igual a frequência de chaveamento e a amostragem será realizada no pico da triangular. O fato da amostragem ser no pico da triangular também evita que a amostragem ocorra no momento do chaveamento do conversor, evitando, portanto, a amostragem de sinais incorretos.

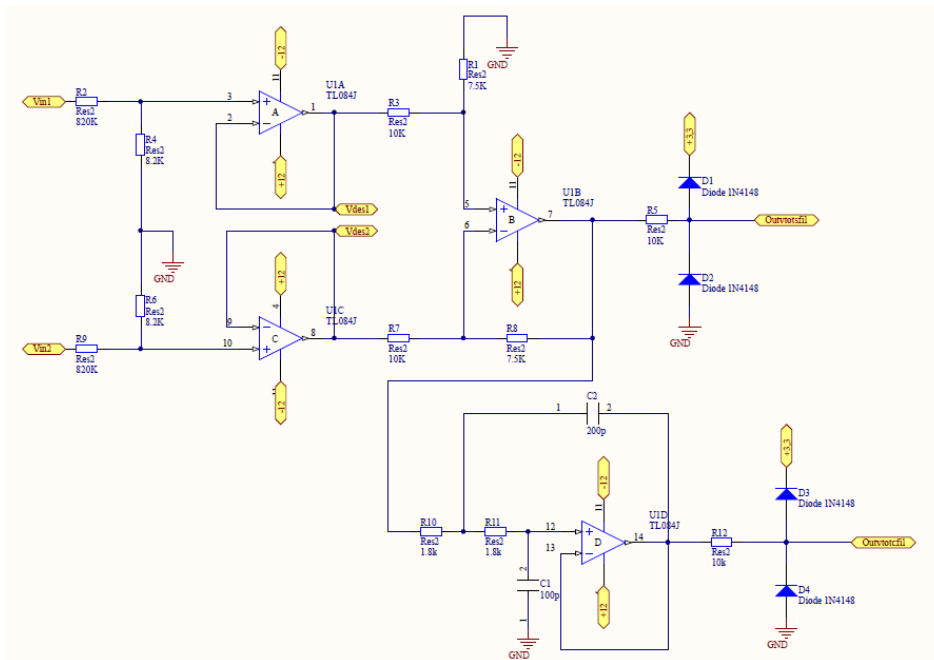
Em todos os circuitos de condicionamento há uma saída com filtro e uma saída sem filtro, optou-se por essa estrutura, pois se a medição apresentasse ruído excessivo a saída com filtro seria utilizada. Os circuitos de condicionamento encontram-se nas Figuras 47, 48 e 49.

Figura 47 - Circuito de condicionamento de corrente



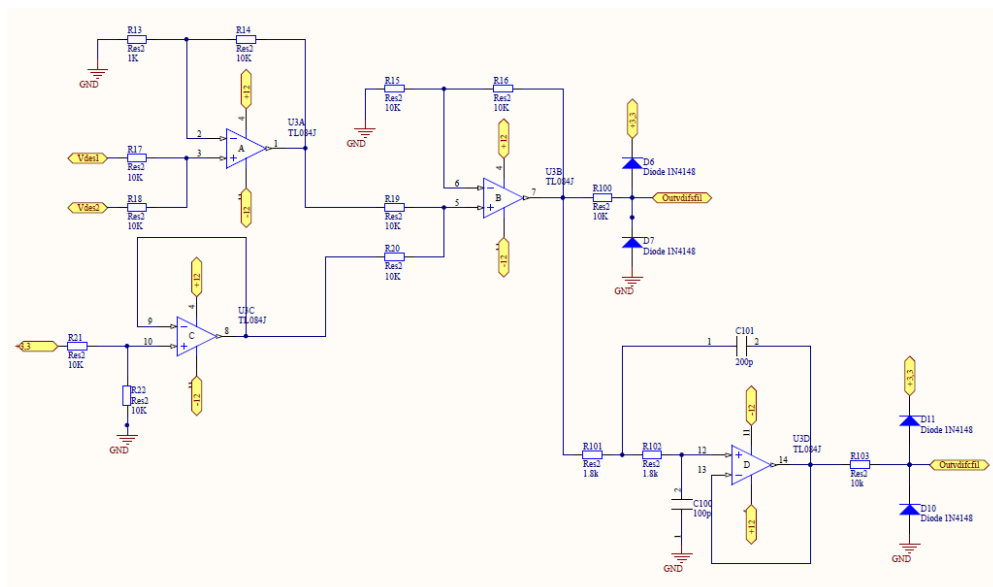
Fonte: Próprio autor

Figura 48 – Circuito de condicionamento de tensão total



Fonte: Próprio autor

Figura 49 – Circuito de condicionamento de tensão diferencial

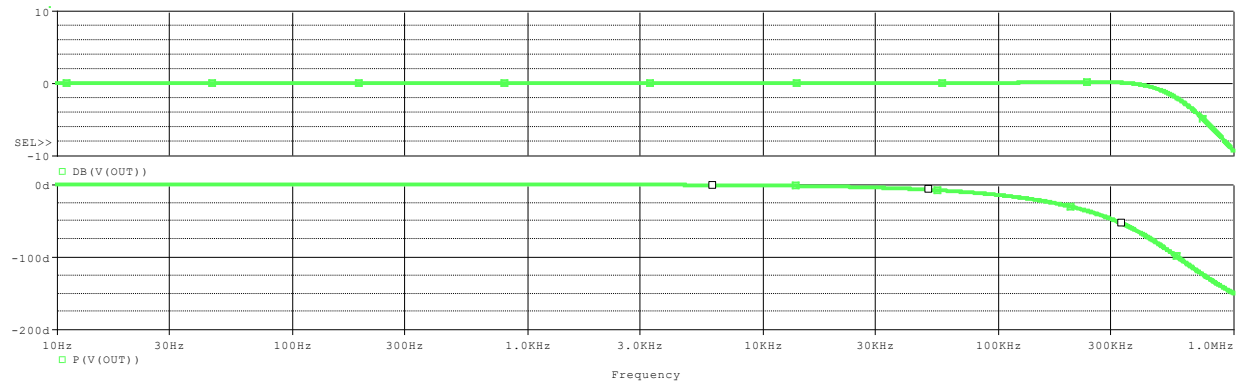


Fonte: Próprio autor

O circuito de condicionamento de tensão diferencial possui um *offset* de 1,65V que deve ser compensado no algoritmo do DSP. A Figura 50 apresenta o gráfico de bode do módulo e fase do filtro de saída utilizado nos circuitos de condicionamento, a frequência de corte está em 600 KHz e como há pouco atraso de fase em 50 KHz é possível desconsiderar a dinâmica dos circuitos de

condicionamento no projeto dos controladores. Sendo assim, é possível fazer o projeto considerando os circuitos de condicionamento como sendo apenas ganhos constantes.

Figura 50 – Gráfico de módulo e fase do filtro



Fonte: Próprio autor

O ganho do circuito de condicionamento de corrente, já considerando o ganho do sensor Hall é $K_{id}(s) = 0,1$. O circuito de tensão total possui ganho de $K_{vi}(s) = 0,0075$ e o circuito de condicionamento de tensão diferencial possui ganho de $K_{vd}(s) = 0,055$. A imagem da placa do circuito de condicionamento encontra-se na Figura 70.

6 PROJETO DOS CONTROLADORES

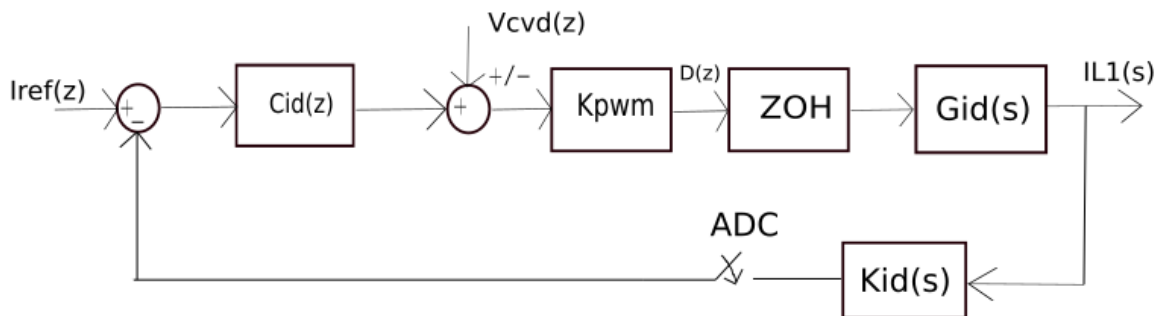
O sistema de controle a ser implementado segue o esquema apresentado na Figura 17, sendo composta por três malhas de controle: malha de corrente, malha de tensão total e a malha de tensão diferencial.

O projeto dos controladores se inicia pela digitalização dos modelos $G_{id}(s)$, $G_{vi}(s)$ e $G_{vdif}(s)$, para isso foi utilizada a transformada ZOH (retentor de ordem zero), utilizando o software Matlab.

6.1 MALHA DE CORRENTE

A malha de corrente apresenta a frequência de corte mais elevada, sendo, portanto, a malha de controle mais rápida. O diagrama de blocos da malha de corrente encontra-se na Figura 51.

Figura 51 – Diagrama de blocos da malha de corrente



Fonte: Próprio autor

A seguir têm-se as descrições dos componentes da malha de controle de corrente.

$C_{id}(z)$: Função de transferência do compensador de corrente;

$G_{id}(s)$: Função de transferência da planta de corrente;

K_{PWM} : Ganho do modulador *PWM*;

$K_{id}(s)$: Função de transferência do sensor de corrente.

ZOH : Retentor de ordem zero.

ADC : Conversor analógico-digital.

O projeto da malha de corrente seguiu os requerimentos descritos em [1], e estão listados abaixo.

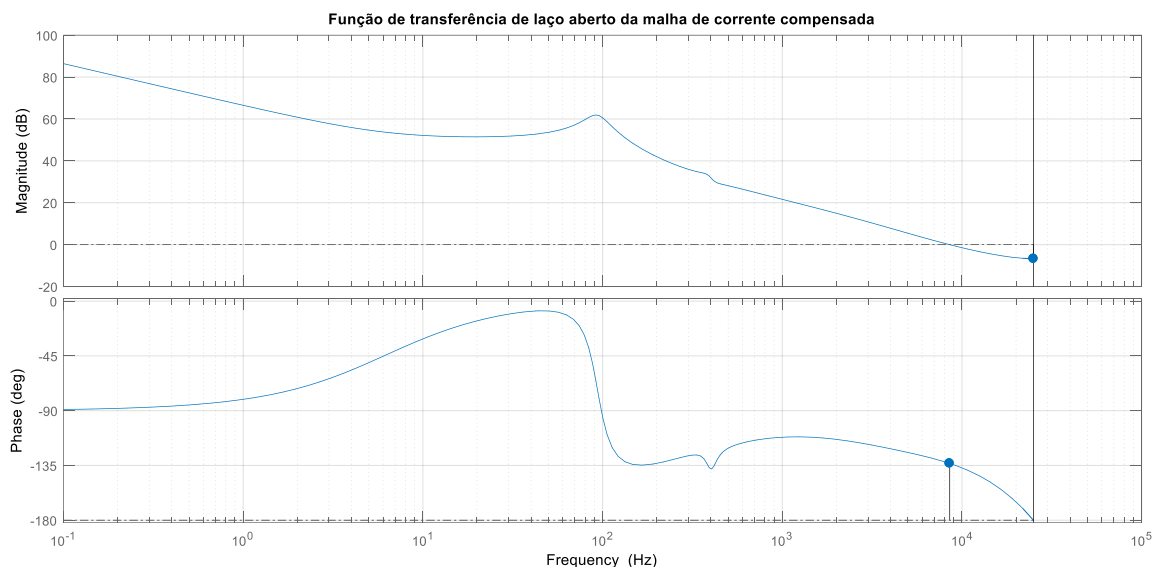
- Resposta em frequência da função de transferência em malha aberta com elevado ganho em baixas frequências para reduzir o erro estático;
- A inclinação na curva de ganho para o sistema em laço aberto na passagem por 0 dB deve ser -20dB/década;
- A frequência de cruzamento por zero deve ser no máximo $\frac{1}{4}$ da frequência de comutação;
- Margem de fase maior que 30° .

O ganho do modulador PWM foi considerado unitário, pois a triangular será gerada por um microcontrolador e seu ganho pode ser compensado internamente para que se torne unitário.

Para efetuar o projeto do controlador é aplicada uma transformação bilinear que mapeia o círculo unitário do plano Z no semiplano esquerdo de um novo plano denominado plano W. Isso possibilita o projeto por meio de gráficos de Bode com a planta e controlador discretos.

O projeto do controlador foi executado por meio da ferramenta Sisotool, presente no software Matlab. O gráfico em laço aberto da malha de corrente no domínio W encontra-se na Figura 52.

Figura 52 – Função de transferência em laço aberto da malha de corrente compensada



Fonte: Próprio autor.

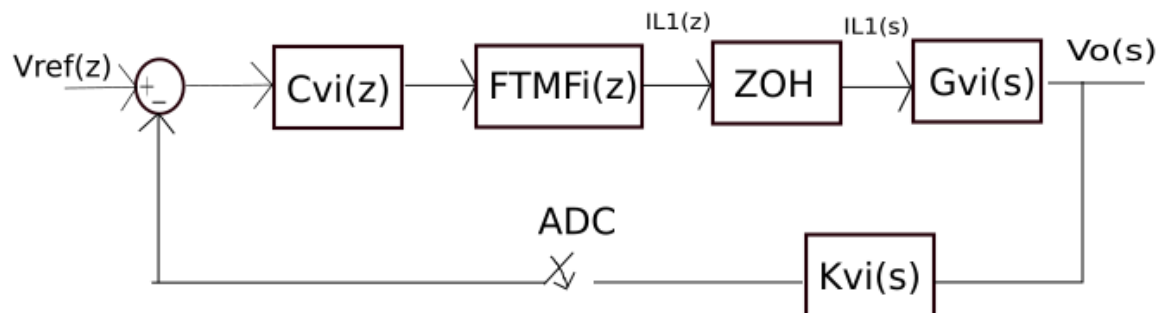
O gráfico da Figura 52 apresenta frequência de cruzamento de ganho em 8,53KHz, margem de ganho de 6,72 dB e margem de fase de 46,7°. A inclinação da curva de magnitude na passagem por 0 dB é -20,1 dB/década. A função de transferência do controlador de corrente encontra-se na Equação (6.1).

$$C_{id}(z) = \frac{0,2154 \cdot (z - 0,9706) \cdot (z - 0,448)}{(z - 1) \cdot (z - 0,6217)} \quad (6.1)$$

6.2 MALHA DE TENSÃO TOTAL

A malha de tensão total é responsável por controlar a tensão de saída total do conversor e gerar a referência de corrente para a malha de corrente. A malha de tensão total deve ser mais lenta do que a malha de corrente para garantir o desacoplamento das malhas. Para o projeto do controlador foi realizada uma simplificação do modelo $G_{vi}(s)$, o termo de quarta ordem no numerador da expressão foi desprezado, possibilitando trabalhar com uma função própria. O diagrama de blocos da malha de tensão total é exibido na Figura 53.

Figura 53 – Diagrama de blocos da malha de tensão total



Fonte: Próprio autor

A seguir têm-se as descrições dos componentes da malha de controle de corrente.

$C_{vi}(z)$: Função de transferência do compensador de tensão total;

$G_{vi}(s)$: Função de transferência da planta de tensão por corrente de entrada;

K_{PWM} : Ganho do modulador *PWM*;

$K_{vi}(s)$: Função de transferência do sensor de tensão total.

ZOH : Retentor de ordem zero.

ADC : Conversor analógico-digital.

E a função de transferência de malha fechada da malha de corrente é dada por:

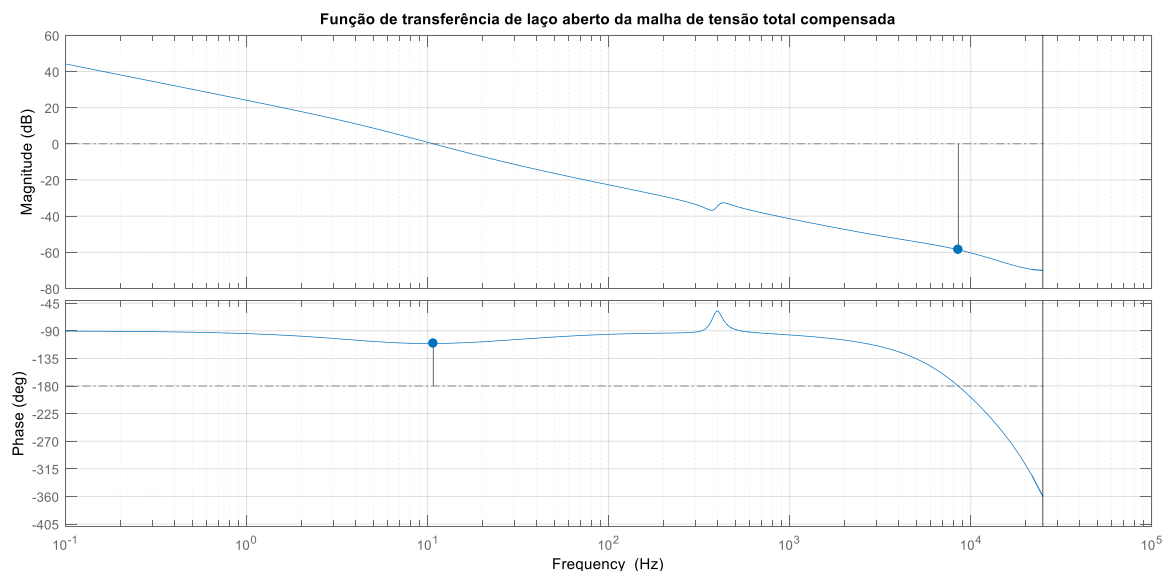
$$FTMF_i(z) = \frac{C_{id}(z) \cdot K_{PWM} \cdot G_{id}(z)}{1 + C_{id}(z) \cdot K_{PWM} \cdot G_{id}(z) \cdot K_{id}(z)} \quad (6.2)$$

As especificações para essa malha foram definidas conforme descrito em [1].

- Erro nulo em regime permanente;
- A inclinação na curva de ganho para o sistema em laço aberto na passagem por 0 dB deve ser -20 dB/década;
- Frequência de cruzamento por zero do ganho da resposta em malha aberta da malha de tensão no máximo é uma década menor que a frequência de cruzamento por zero da malha de corrente;
- Margem de fase maior que 30°.

O gráfico em laço aberto da malha de tensão total no domínio W encontra-se na Figura 54.

Figura 54 - Gráfico em laço aberto da malha de tensão total compensada



Fonte: Próprio autor

O gráfico da Figura 54 apresenta frequência de cruzamento de ganho em 10,7Hz, margem de ganho de 55,6 dB e margem de fase de 69°. A inclinação da curva de magnitude na passagem por 0dB é -24,6 dB/década.

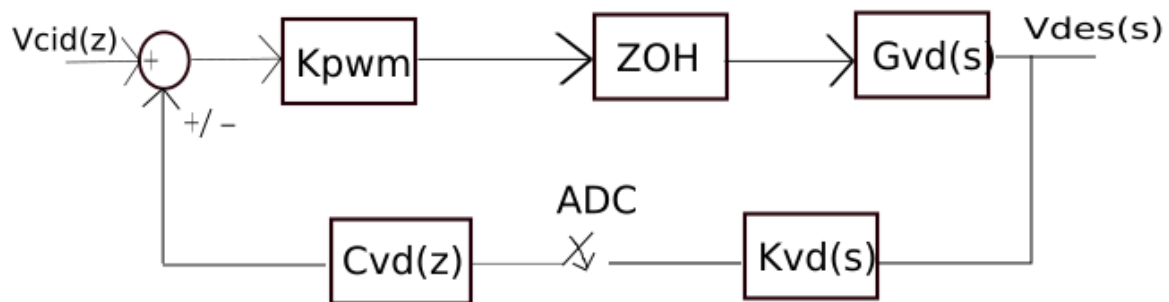
A função de transferência do controlador de tensão total encontra-se na Equação (6.3).

$$C_{vi}(z) = \frac{1,285 \cdot (z - 0,9987) \cdot (z - 0,9971)}{(z - 1) \cdot (z - 0,9977)} \quad (6.3)$$

6.3 MALHA DE TENSÃO DIFERENCIAL

A malha de tensão diferencial é responsável por controlar a diferença de tensão entre os capacitores de saída. A malha de tensão diferencial deve ser mais lenta do que a malha de corrente para garantir o desacoplamento das malhas. O diagrama de blocos da malha de tensão diferencial é exibido na Figura 55.

Figura 55 – Diagrama de blocos da malha de tensão diferencial



Fonte: Próprio autor

A seguir têm-se as descrições dos componentes da malha de controle de tensão diferencial.

$C_{vd}(z)$: Função de transferência do compensador de tensão diferencial;

$G_{vd}(s)$: Função de transferência da planta de tensão diferencial;

K_{PWM} : Ganho do modulador *PWM*;

$K_{vd}(s)$: Função de transferência do sensor de tensão total.

ZOH : Retentor de ordem zero.

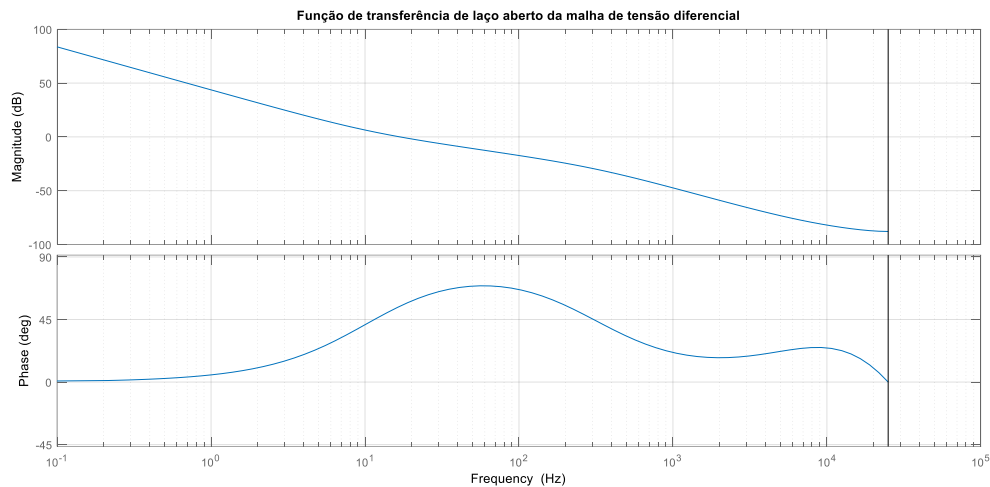
ADC : Conversor analógico-digital.

As especificações impostas para a função de transferência em laço aberto da malha de tensão diferencial seguem o que foi proposto em [1].

- A inclinação na curva de ganho para o sistema em laço aberto na passagem por 0 dB deve ser -20dB/década;
- Frequência de cruzamento por zero do ganho da resposta em malha aberta da malha de tensão é na ordem de poucas dezenas de Hertz.
- Margem de fase maior que 30°.

A Figura 56 exibe o gráfico em laço aberto da malha de tensão diferencial.

Figura 56 - Gráfico de laço aberto da malha de tensão diferencial



Fonte: Próprio autor

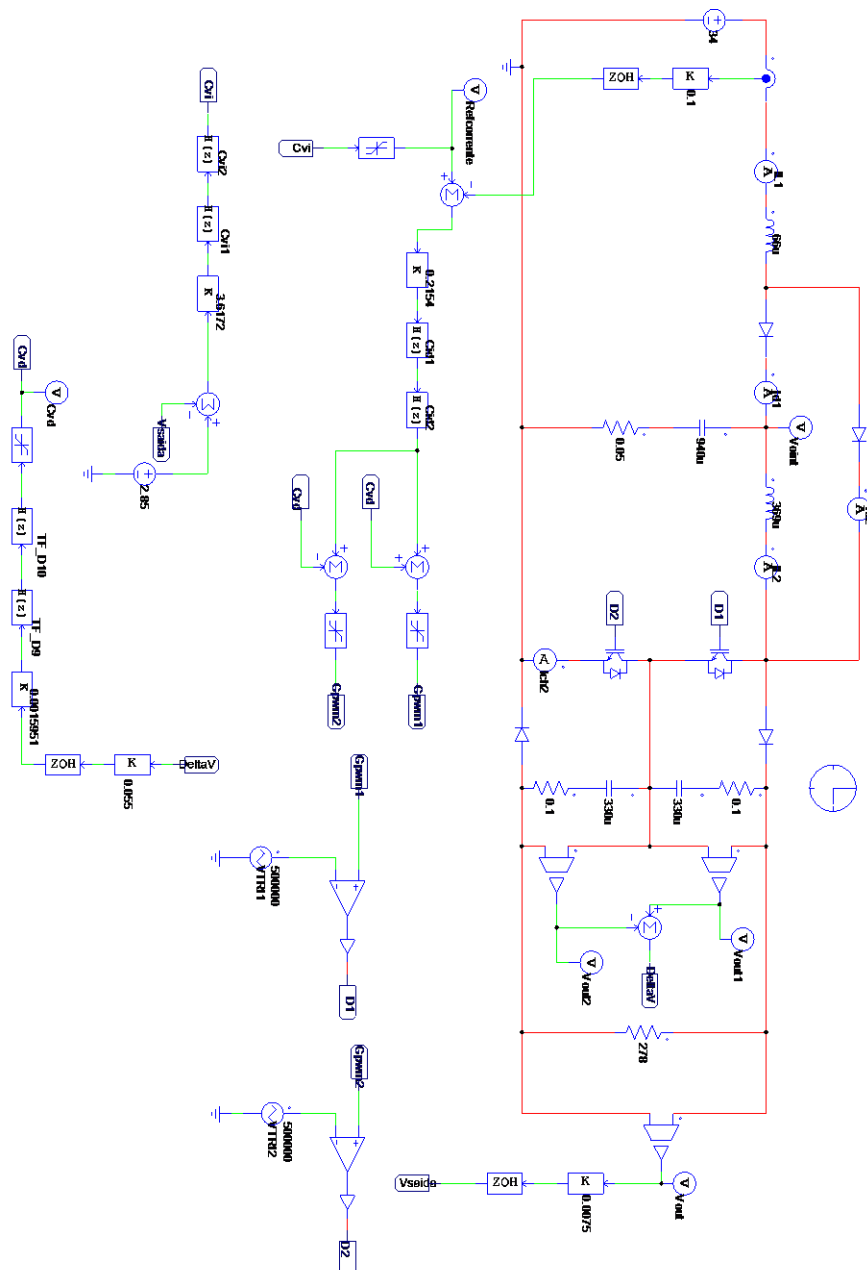
A inclinação da curva na frequência de cruzamento por zero é de -34,6 dB/década, a frequência de cruzamento por 0 dB é de 16,8 Hz e a margem de fase é de 54,5°. O controlador implementado é apresentado na Equação (6.4).

$$C_{vd}(z) = \frac{0,001595 \cdot (z - 0,9987)}{(z - 1) \cdot (z - 0,9616)} \quad (6.4)$$

7 SIMULAÇÕES DO CONVERSOR EM MALHA FECHADA

Esse capítulo apresenta as simulações realizadas com os controladores projetados, as simulações foram executadas no software Psim da empresa Powersim. O circuito simulado é apresentado na Figura 57.

Figura 57 - Circuito simulado em malha fechada

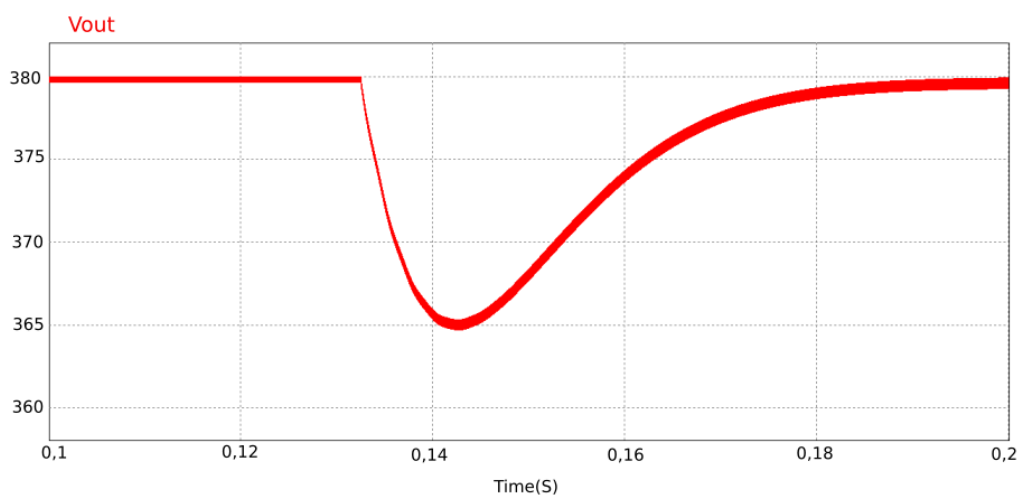


Fonte: Próprio autor

As imagens 58 e 59 exibem a resposta do conversor para um degrau de 100% de carga, o conversor estava inicialmente com 556Ω de carga e está foi alterada para 278Ω durante a simulação, a tensão de saída apresenta *undershoot* de 3,94%.

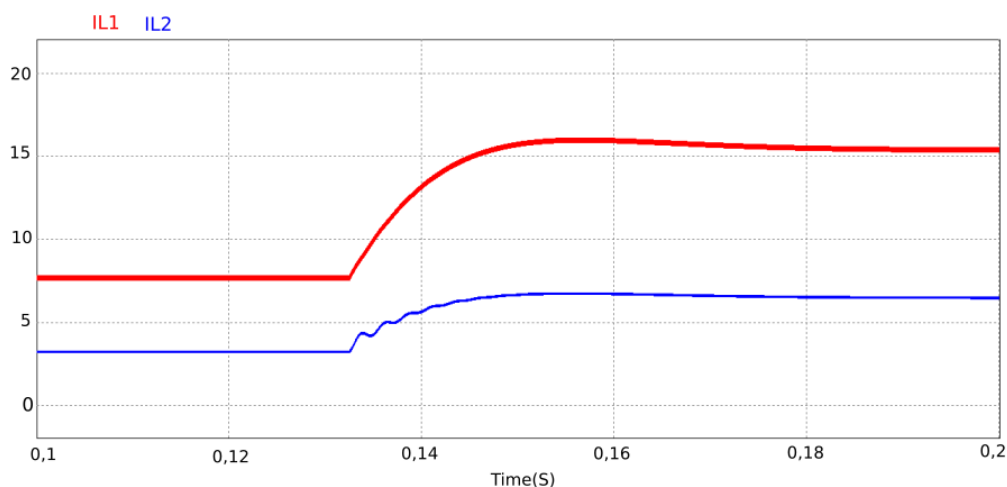
As Figuras 60 e 61 exibem os gráficos da tensão de saída e correntes nos indutores para um degrau de 1000%, o conversor estava com 278Ω de carga e essa resistência foi alterada para 2780Ω instantaneamente na simulação, a tensão de saída apresentou overshoot de 7,89%.

Figura 58 - Tensão de saída para degrau de carga de 100%



Fonte: Próprio autor

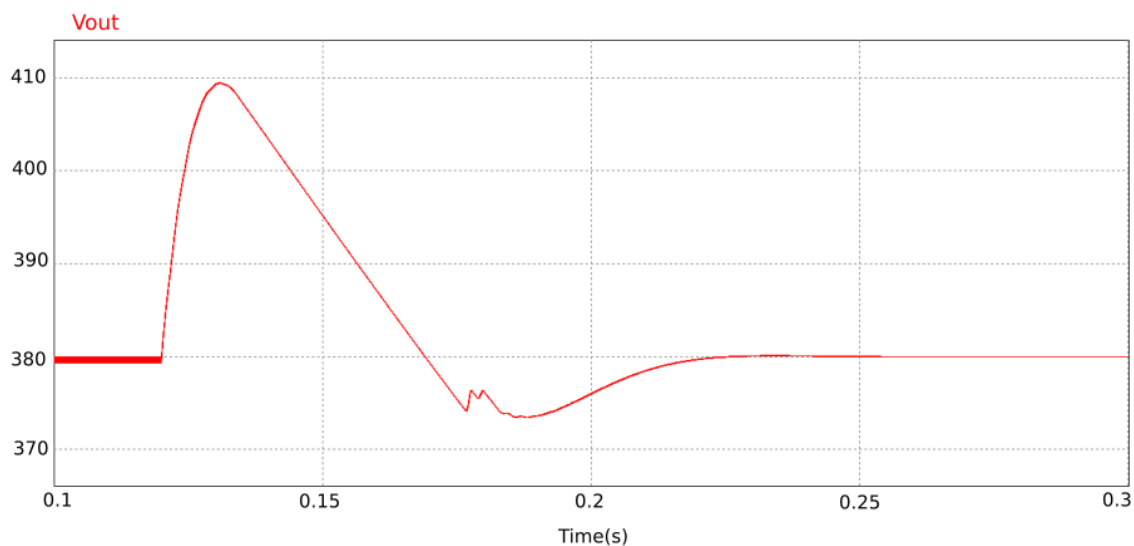
Figura 59 – Correntes nos indutores para degrau de carga de 100%



Fonte: Próprio autor

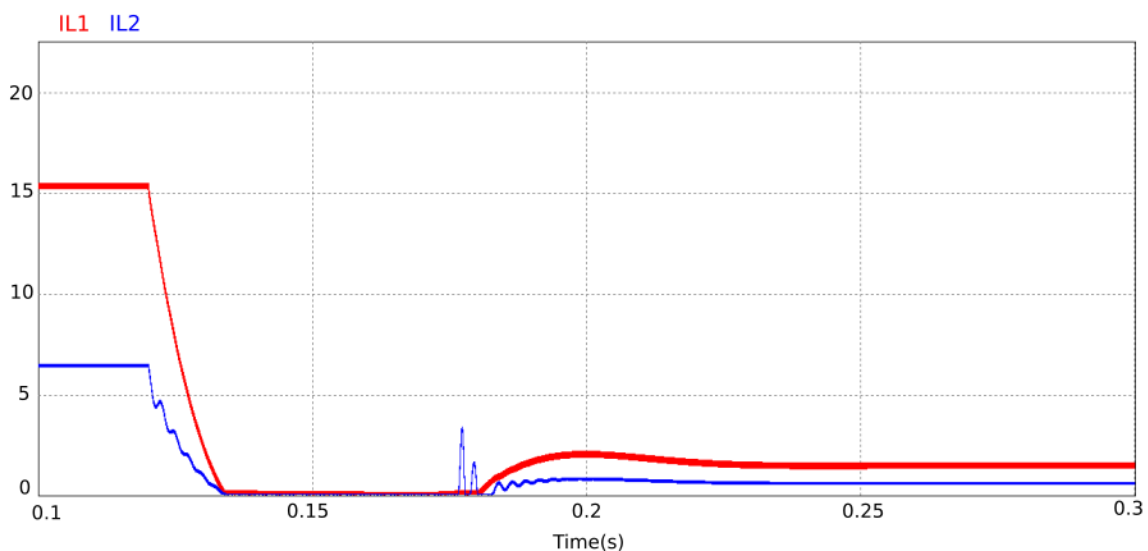
Para verificar se a malha de equalização de tensão está funcionando corretamente foi realizada a conexão de duas cargas diferentes na saída do conversor, conectadas ao ponto médio, conforme ilustra a Figura 62.

Figura 60 – Tensão de saída para degrau de carga de 1000%



Fonte: Próprio autor

Figura 61 – Correntes nos indutores para degrau de carga de 1000%

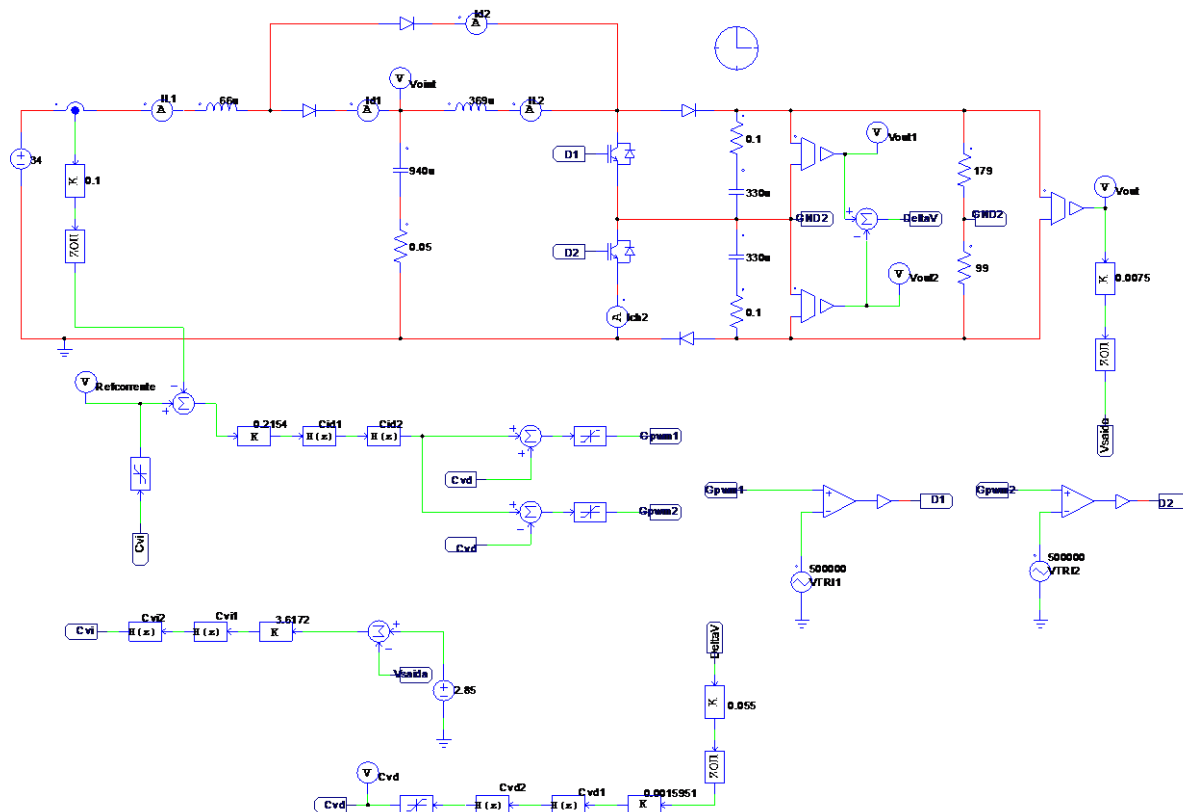


Fonte: Próprio autor

A Figura 63 exibe as tensões de saída para o caso de duas cargas diferentes estarem ligadas ao ponto médio do conversor, uma das cargas é de 179Ω e a outra

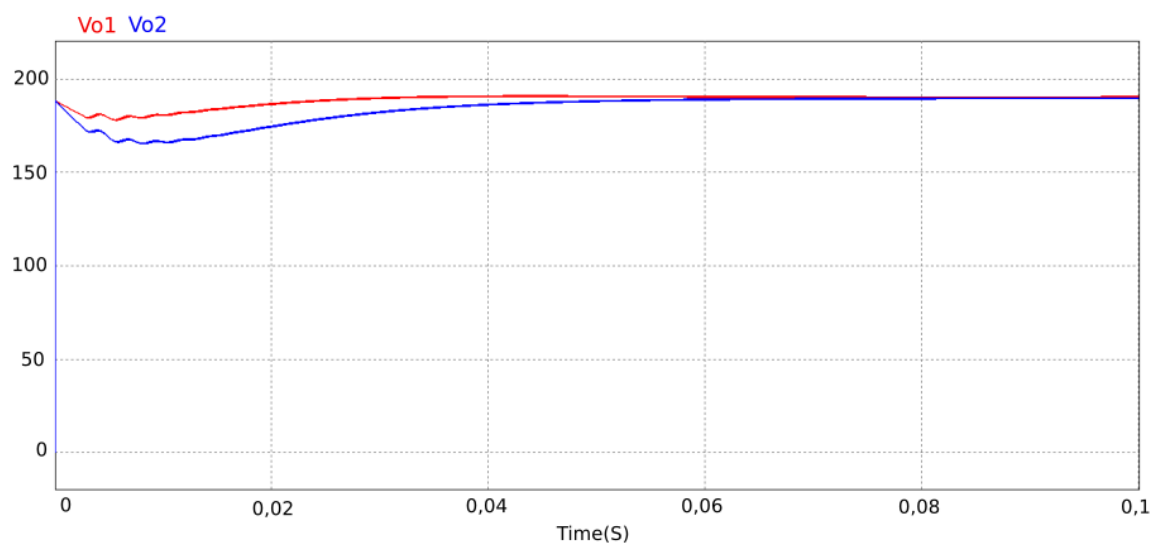
de 99Ω , verifica-se que o controlador de tensão diferencial equaliza as tensões sobre as duas saídas.

Figura 62 – Circuito simulado com duas cargas conectadas ao ponto médio



Fonte: Próprio autor

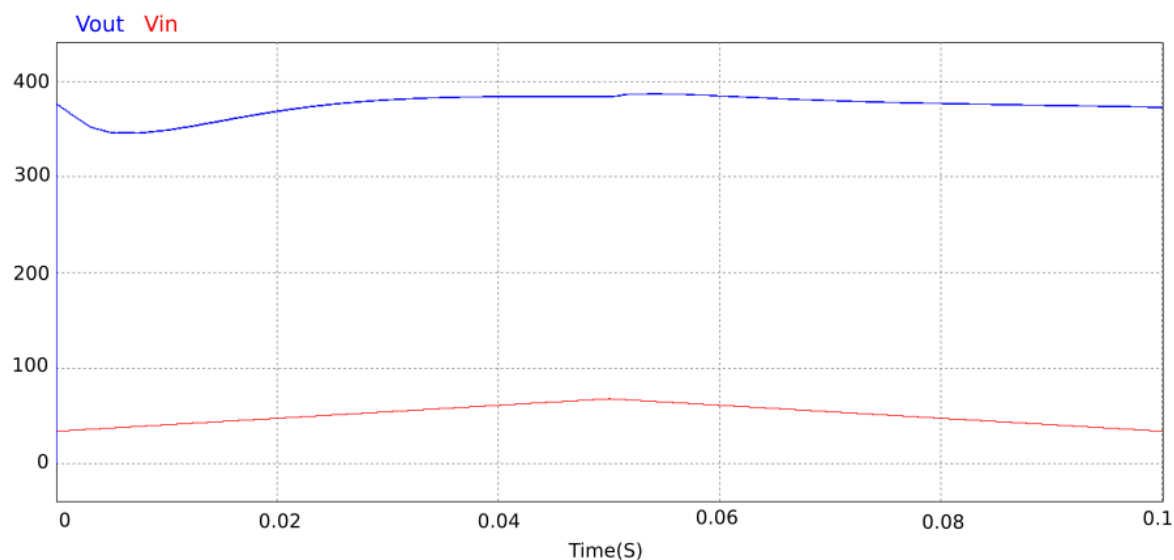
Figura 63 – Tensões de saída para cargas diferentes ligadas ao ponto médio



Fonte: Próprio autor

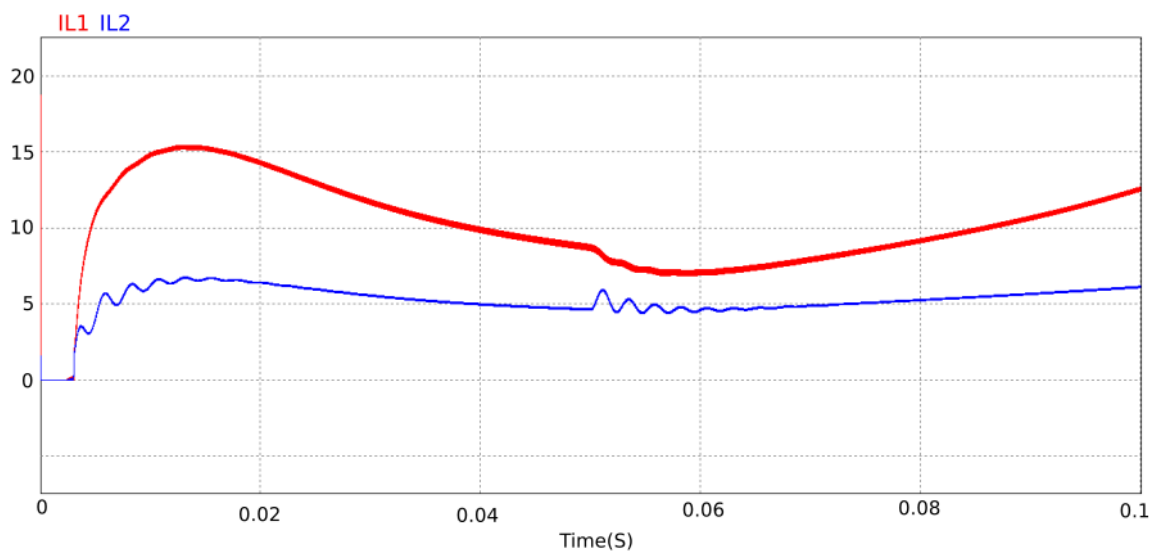
Para verificar a influência da variação da tensão de entrada foi inserida na entrada do conversor uma fonte triangular com *offset* de 34V, 34V de pico e frequência de 10Hz, como mostra a Figura 64.

Figura 64 – Tensão de saída e tensão de entrada triangular



Fonte: Próprio autor

Figura 65 – Corrente nos indutores para tensão de entrada triangular



Fonte: Próprio autor

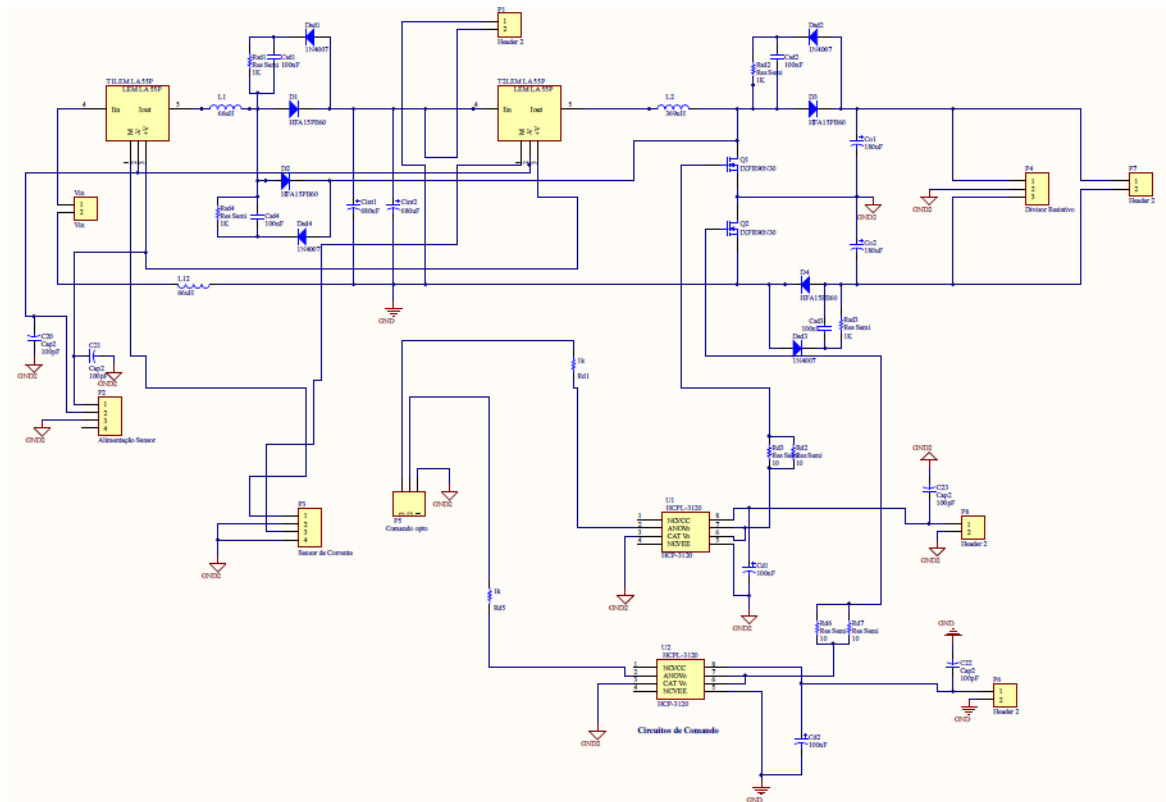
As Figuras 64 e 65 mostram que o sistema de controle consegue acomodar variações da tensão de entrada. No caso de variações de entrada bruscas haverá picos de corrente que podem causar danos aos componentes, no

entanto considerando que o conversor será ligado a painéis fotovoltaicos, variações bruscas de tensão dificilmente ocorreriam na prática.

8 DESENSIVAMENTO DO PROTÓTIPO

A montagem do protótipo compreende a definição do esquemático do circuito de potência e do circuito de comando, desenvolvimento do layout e confecção das placas. A Figura 66 apresenta o esquemático do protótipo.

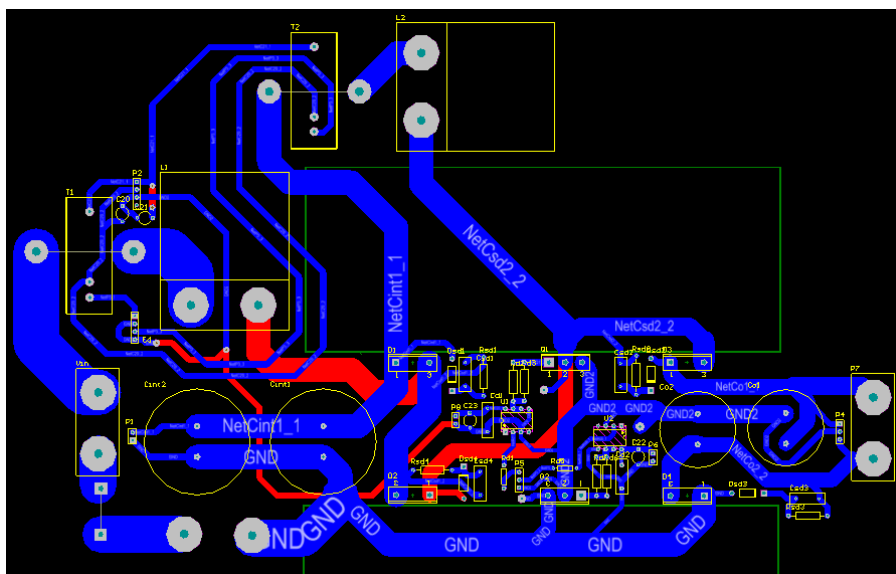
Figura 66 – Esquemático do conversor



Fonte: Próprio autor

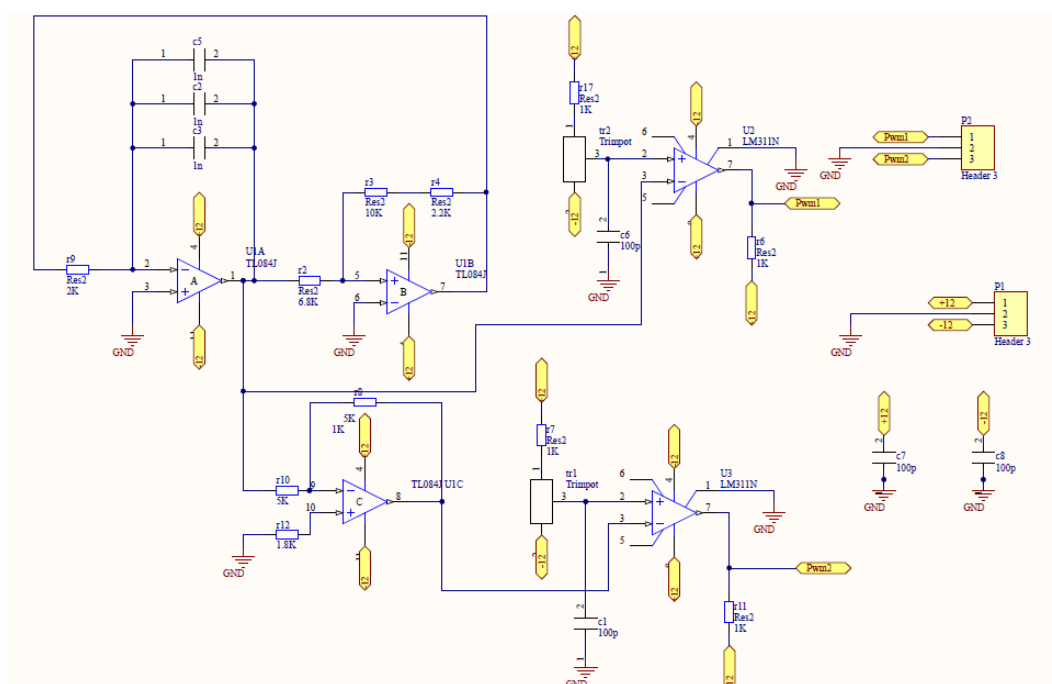
O layout foi desenvolvido no software Altium e é exibido na Figura 67. Para diminuir os problemas devido a interferência eletromagnética o indutor de entrada foi dividido em dois indutores cujas indutâncias são metade da indutância original. Para dissipação do calor proveniente das chaves e dos diodos foram utilizados dois dissipadores, a divisão dos componentes entre os dissipadores ocorreu de maneira que permita que ambos os dissipadores trabalhem na mesma temperatura. A Figura 68 exhibe o esquemático do circuito de comando utilizado para os testes em malha aberta.

Figura 67 – Vista superior do layout do conversor



Fonte: Próprio autor

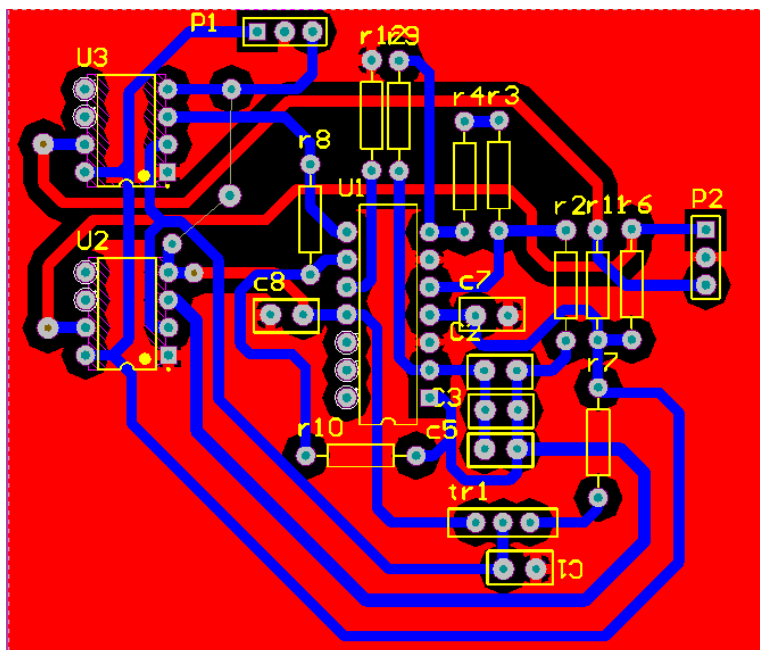
Figura 68 – Circuito de comando



Fonte: Próprio autor

A Figura 69 apresenta o layout da placa de comando.

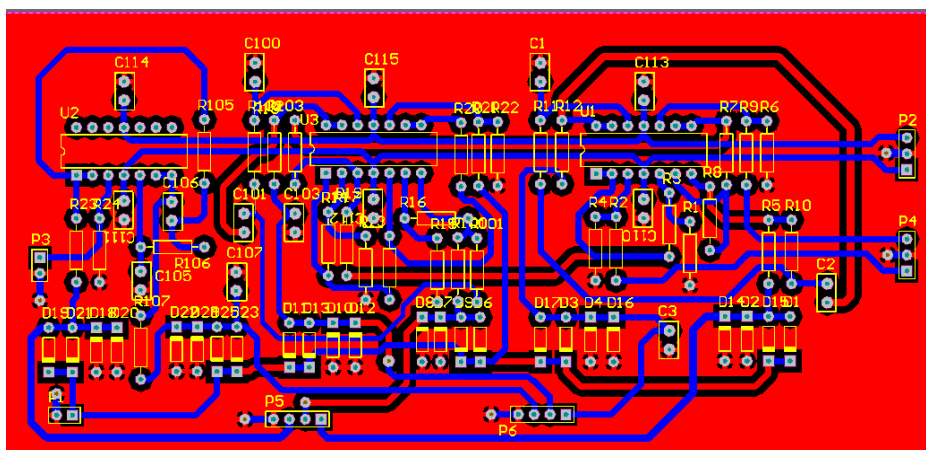
Figura 69 – Placa de comando



Fonte: Próprio autor

A Figura 70 exibe o layout do circuito de condicionamento de sinais.

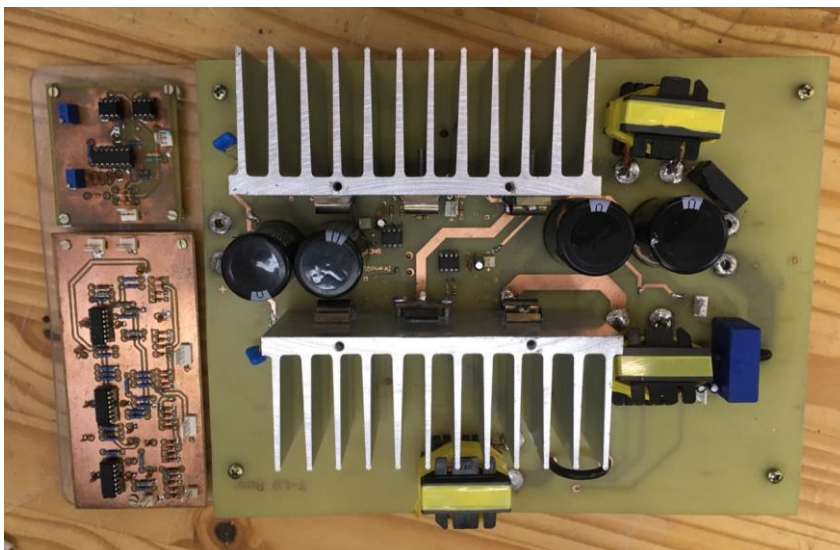
Figura 70 – Vista superior do circuito de condicionamento



Fonte: Próprio autor

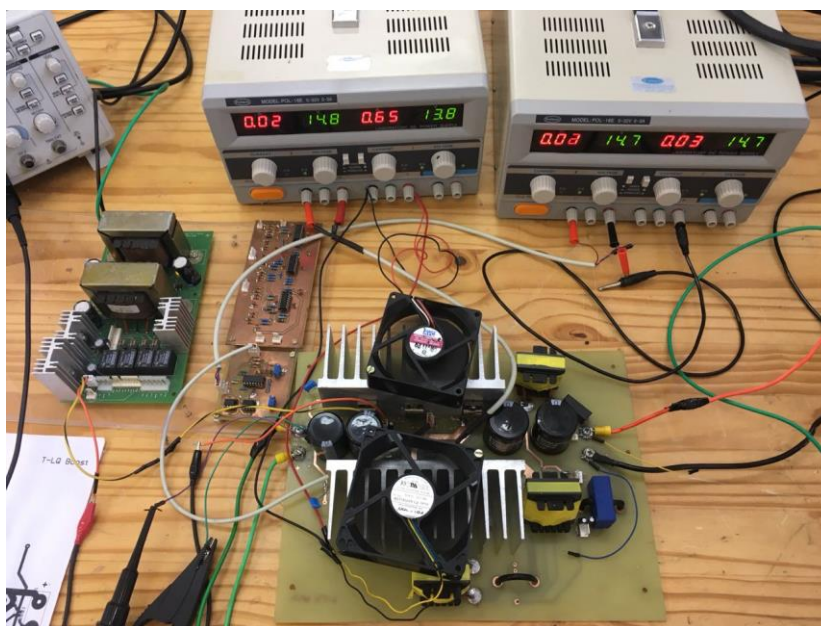
A Figura 71 exibe a imagem do protótipo, este apresenta três placas: placa do conversor, placa de condicionamento de sinal e placa para geração da razão cíclica.

Figura 71 – Protótipo desenvolvido



Fonte: Próprio autor

Figura 72 – Protótipo em funcionamento

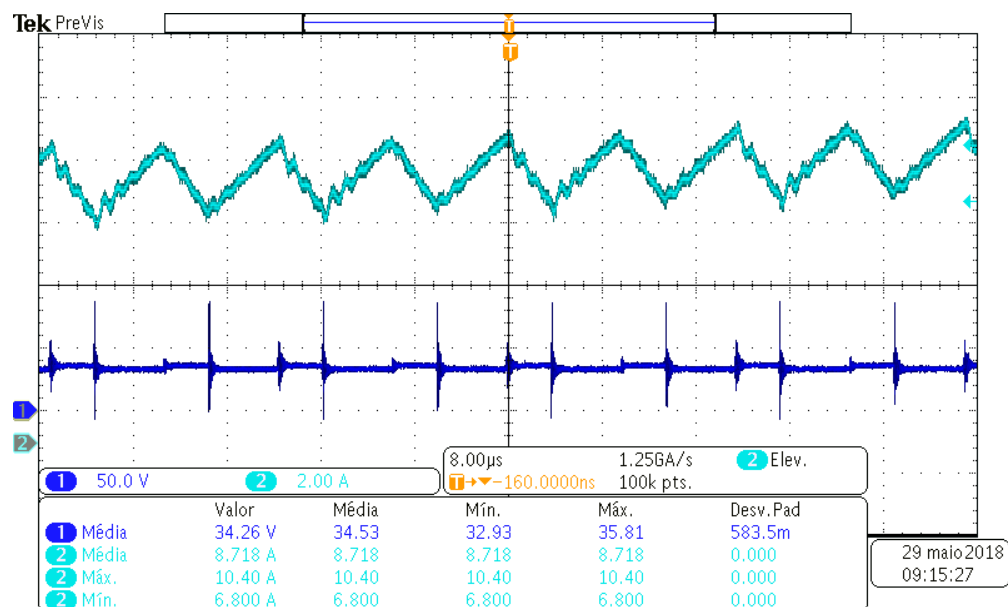


Fonte: Próprio autor

As demais imagens apresentadas correspondem a tensões e correntes medidas em pontos de interesse do conversor, com o conversor funcionando em malha aberta, todas as imagens foram capturadas com o conversor operando com uma carga de 600Ω , ou seja, 46,33% da carga nominal.

A imagem 73 exibe a tensão e corrente na entrada do conversor, o valor médio de tensão é 34,26 V e o valor médio de corrente é 8,718 A, totalizando uma potência de 298,67 W na entrada do conversor.

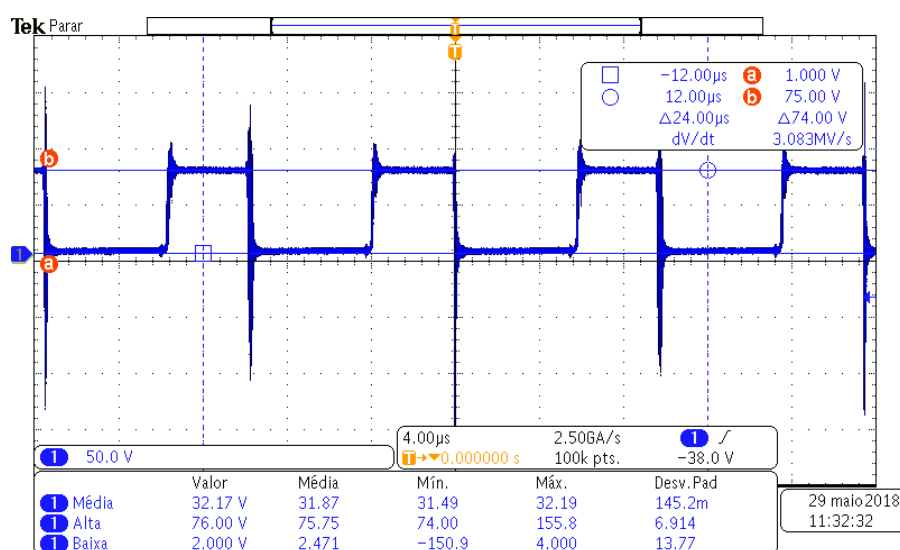
Figura 73 - Tensão e corrente de entrada



Fonte: Próprio autor

A Figura 74 apresenta a tensão medida sobre os dois indutores de entrada, o conjunto dos dois indutores é denominado L1. Essa medição engloba a tensão de entrada do conversor, portanto há um *offset* de 34 V.

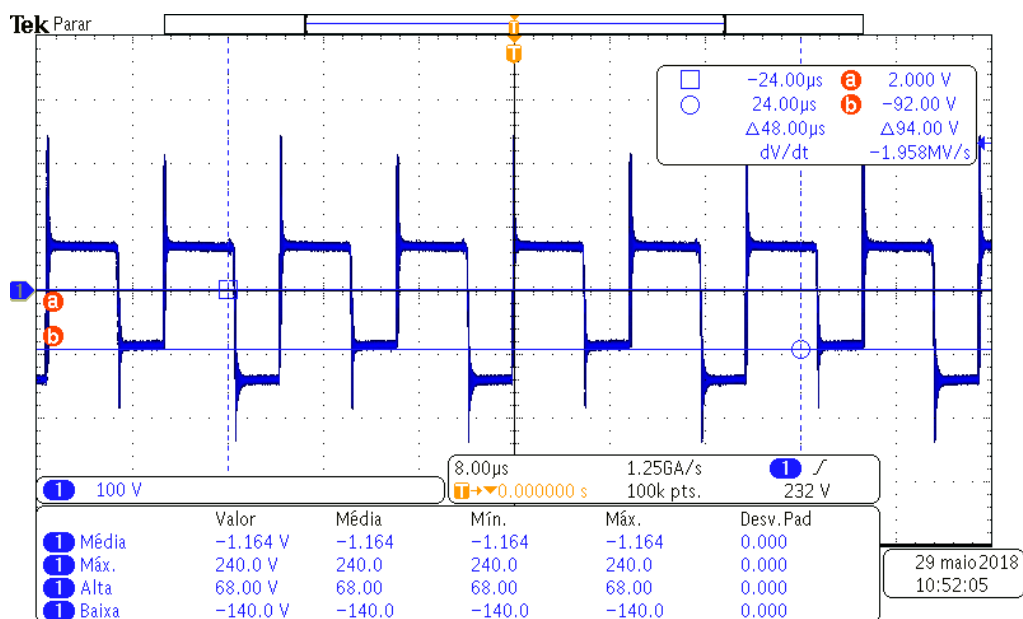
Figura 74 - Tensão sobre o indutor L1



Fonte: Próprio autor

A Figura 75 exibe a tensão sobre o indutor L2. Durante o período de tempo que a tensão no indutor é positiva há somente a tensão do capacitor intermediário sobre o indutor, no caso dos períodos em que há tensão negativa a tensão sobre o indutor é dada por $V_{oint} - V_{o1}$ ou $V_{oint} - V_{o2}$ dependendo da etapa, como as tensões sobre os capacitores de saída se encontram desbalanceadas, pois o conversor está operado em malha aberta, devido a isso a tensão negativa sobre o indutor L2 apresenta dois valores distintos.

Figura 75 – Tensão sobre o indutor L2



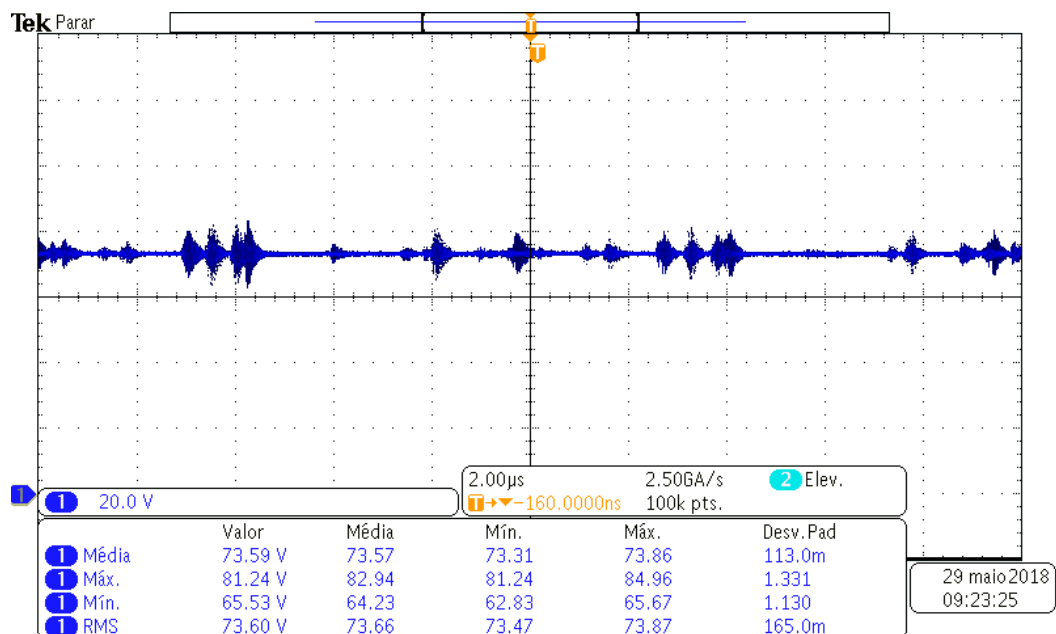
Fonte: Próprio autor

A Figura 76 apresenta a tensão sobre o capacitor intermediário, este possui uma tensão média de 73,59 V. As Figuras 77 e 78 exibem as tensões sobre os capacitores de saída Co1 e Co2 respectivamente, o capacitor Co1 apresenta uma tensão média de 173,2 V, Co2 apresenta uma tensão média de 207,7 V. Os capacitores de saída apresentam desbalanceamento de tensão pois não foi possível equalizar as tensões em malha aberta. A soma das tensões dos capacitores de saída resulta na tensão de saída do conversor que é de 380,9 V.

A Figura 79 exibe a tensão sobre o braço de chaves, pode-se perceber uma diferença de tensão sobre as chaves, isso ocorre, pois, a tensão sobre a chave, quando esta deixa de conduzir, é a tensão sobre o capacitor que se encontra em paralelo com a chave, como as tensões de saída se encontram desbalanceadas a

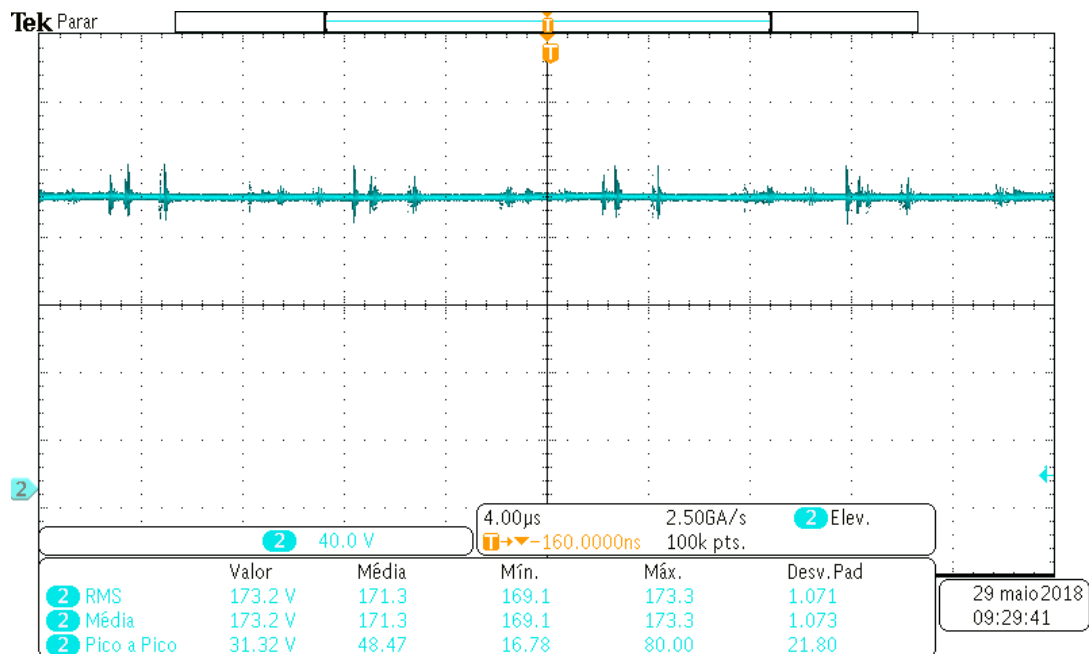
tensão sobre o braço de chaves apresenta valores distintos dependendo do período.

Figura 76 – Tensão sobre o capacitor intermediário



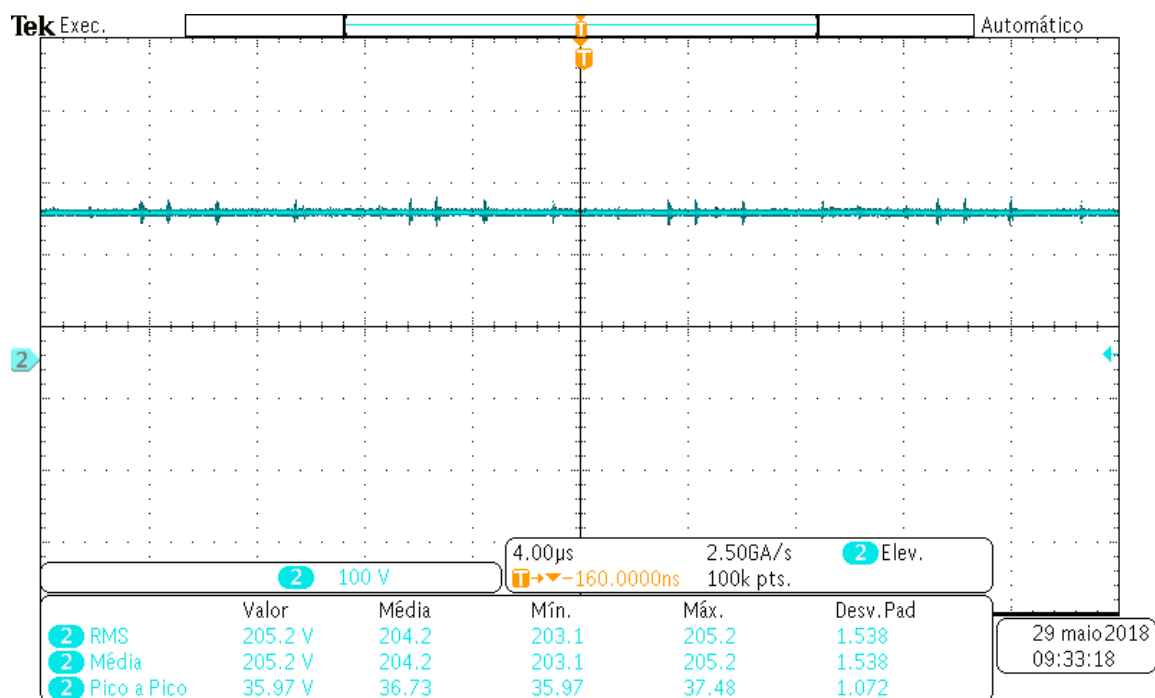
Fonte: Próprio autor

Figura 77 - Tensão sobre o capacitor de saída Co1



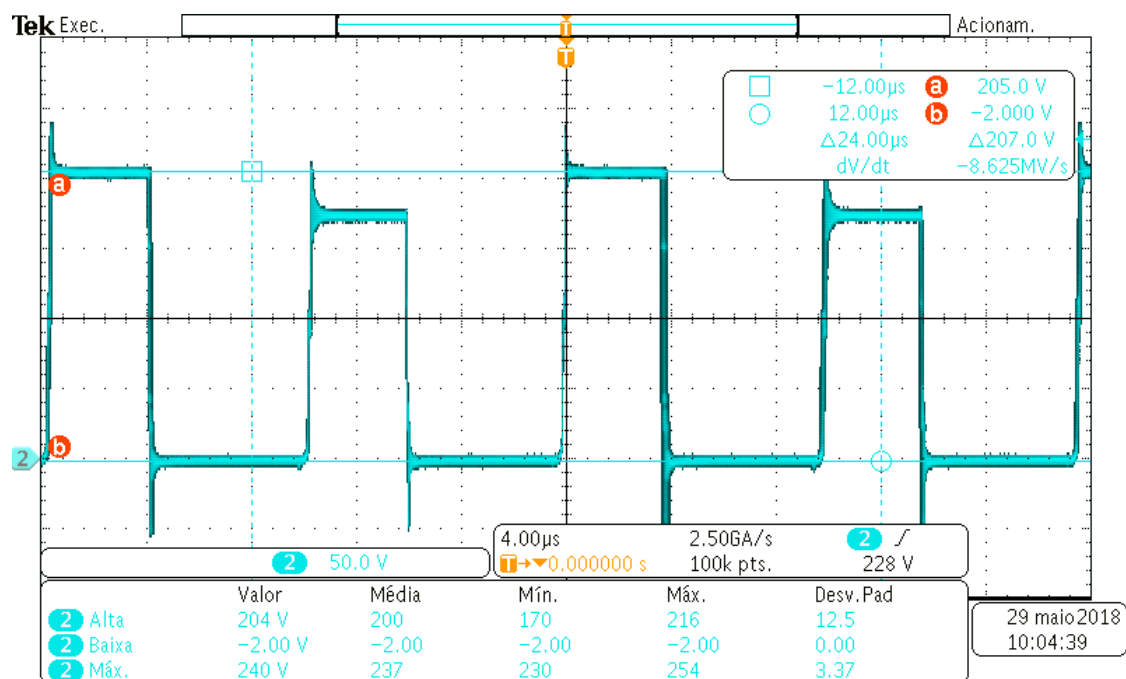
Fonte: Próprio autor

Figura 78 - Tensão sobre o capacitor de saída Co2



Fonte: Próprio autor

Figura 79 - Tensão sobre o braço de chaves

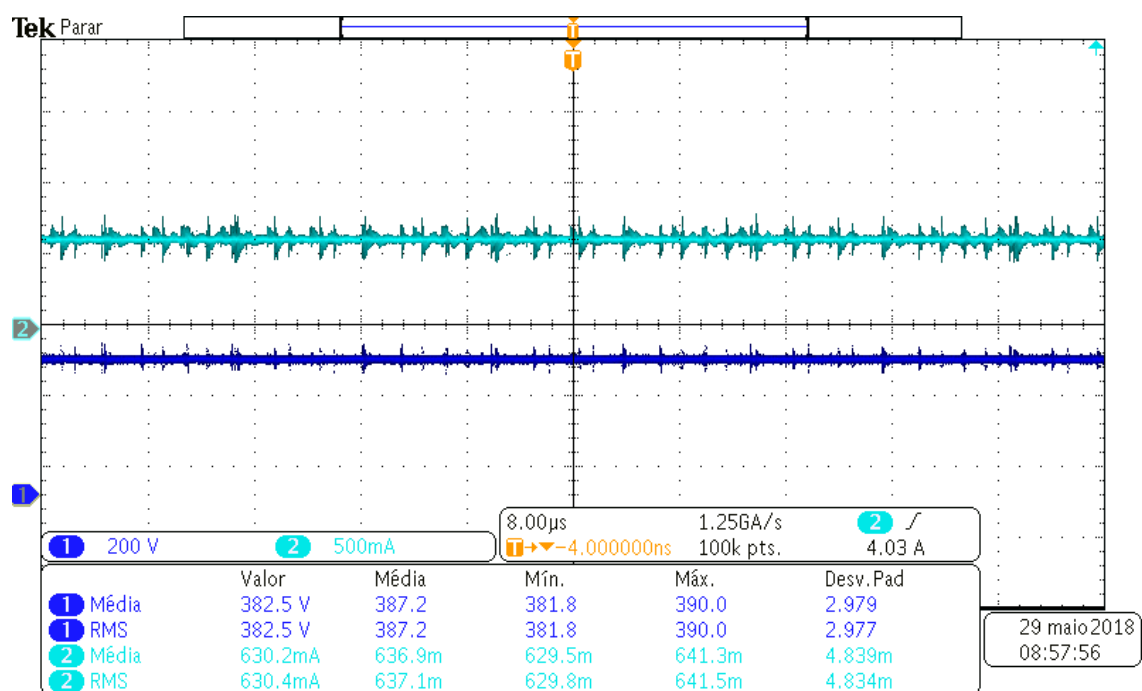


Fonte: Próprio autor

A Figura 80 exibe a tensão e corrente na carga, a tensão de saída é a soma das tensões nos capacitores de saída, que é de 382,5 V e a corrente na carga é de 630,2 mA, resultando em uma potência de 241,05 W na saída do conversor.

Como já citado anteriormente a potência de entrada é de 298,67 W, o que implica em uma eficiência de 80,70%, um valor aceitável, pois a tendência é que a eficiência aumente se o conversor chegar a carga nominal.

Figura 80 - Tensão e corrente na carga



Fonte: Próprio autor

Não foi possível realizar testes em malha fechada devido à falta de tempo, a construção do protótipo e sua colocação em operação demandaram grande parte do tempo disponível.

9 CONCLUSÃO

Neste trabalho realizou-se a modelagem do conversor T-LQ Boost, com a intenção de obter três modelos matemáticos: $G_{id}(s)$, $G_{vi}(s)$ e $G_{vdiff}(s)$, necessários para o projeto dos controladores. As simulações de validação realizadas demonstraram que as expressões obtidas para os modelos são condizentes com o comportamento do conversor dentro do intervalo de frequências analisado.

O método de controle empregado, utilizando multi-malhas se mostra eficaz no controle do conversor T-LQ Boost, principalmente quando se considera variações bruscas de carga. Houve a verificação do funcionamento dos controladores projetados por meio de simulações.

O protótipo atingiu os valores nominais de tensão de entrada e tensão de saída, no entanto, a potência nominal de 520 W não foi alcançada devido a problemas de aquecimento nos *Mosfets* utilizados.

9.1 TRABALHOS FUTUROS

O sistema de controle projetado apresenta picos de corrente elevados para variações bruscas de grande intensidade na tensão de entrada, embora tal situação seja pouco provável considerando a aplicação prática do conversor, isso pode ser corrigido com a adição de mais uma malha de controle, comumente denominada *feed forward*.

A malha de *feed forward* é uma alimentação direta da tensão de entrada, tendo a função de minimizar os efeitos da variação da tensão de alimentação.

Para expansão desse trabalho, sugere-se a implementação dos controladores projetados em um microcontrolador, para validação experimental do sistema de controle sugerido

10 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] J. B. R. F. Cabral, "**Conversor CC-CC Não Isolado de Elevado Ganho Para Aplicação No Processamento de Energia Solar Fotovoltaica,**" Dissertação (Mestrado Acadêmico em Engenharia Elétrica – Área: Sistemas Eletroeletrônicos) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Joinville, 2013.
- [2] J. B. R. F. Cabral, Y. R. d. Novaes e S. V. G. Oliveira, "**CONVERSOR C.C. - C.C. BOOST QUADRÁTICO PARA APLICAÇÃO EM FONTES ALTERNATIVAS,**" *Eletrônica de Potência*, pp. 1064-1072, Agosto 2013.
- [3] R. W. Erickson e D. Maksimovic, **Fundamentals of power electronics**, Kluwer Academic Publishings, 1999.
- [5] A.A. Piazza, "**MODELAGEM DO CONVERSOR CC/CC BOOST QUADRÁTICO DE TRÊS NÍVEIS POR VALORES MÉDIOS QUASE INSTANTÂNEOS,**" TCC (Graduação em Engenharia elétrica) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2017.
- [6] M. Veerachary, R. Sekhar, "**Digital Voltage-mode Controller Design for High Gain Soft-Switching Boost Converter,**" 2010 Joint International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems 2010 Power India.
- [7] L. CORRADINI, et al. **DIGITAL CONTROL OF HIGH-FREQUENCY SWITCHED-MODE POWER CONVERTERS**, Wiley, 2015.
- [8] S. BUSO e P. MATTAVELLI, **Digital Control in Power Electronics**, Morgan & Claypool, 2006.
- [9] J. G. Kassakian, M. F. Schlecht e G. C. Verghese, **Principles of Power Electronics**, Reading, 1991.
- [10] J. Leyva-Ramos, M. G. Ortiz-Lopez e L. H. Diaz-Saldierna, "**The Effect of ESR of the Capacitors on Modeling of a Quadratic Boost Converter**", 2008 IEEE conference publication.
- [11] J. M. Saldana, R. Galarza-Quirino, J. L. Ramos, E. C. Gutierrez e M. O. Lopez, "**Multiloop Controller Design for A Quadratic Boost Converter,**" *Electric Power Applications, IET*, vol. 1, nº 3, pp. 362-367, 2007.
- [12] M. G. Ortiz-Lopez, et al. "**Current-Mode Control for a Quadratic Boost Converter with a Single Switch**", 2007 IEEE conference publication.

11 APÊNDICES

APÊNDICE A – Funções de transferência completas para os modelos de Gid(s), Gvd(s) e Gvi(s).

As funções de transferência foram obtidas com auxílio do software Maple.

Figura 81 - Função de transferência simbólica de Gid(s) com RSE

$$\begin{aligned}
 Gid(s) = & \frac{1}{4} \left(v_{in} \left(\frac{1}{2} C_o \left(-2(-1+D)^2 r_o^2 + (-2(-1+D)^2 R_o - 2D r_{oint} + r_{oint}) r_o \right. \right. \right. \\
 & + R_o \left((-1+D)^3 R_o - \left(D - \frac{1}{2} \right) r_{oint} \right) \left(2r_o + R_o \right)^2 L_2 C_{oint} S^3 - \left(-2C_{oint} C_o \left(\right. \right. \\
 & - 1 + D)^3 r_o^4 - 4(-1+D) C_o \left((-1+D)^2 R_o - \frac{1}{2} \left(D - \frac{3}{2} \right) r_{oint} \right) C_{oint} r_o^3 \\
 & + \left(C_{oint} C_o (D-3) (-1+D)^3 R_o^2 + 3 \left(D - \frac{3}{2} \right) (-1+D) C_o r_{oint} C_{oint} R_o \right. \\
 & + 2D^2 C_{oint} L_2 + \left((4C_o r_{oint}^2 - 4L_2) C_{oint} - 2C_o L_2 \right) D + \left(-3C_o r_{oint}^2 + 2L_2 \right) C_{oint} \\
 & + 2C_o L_2 \left. \right) r_o^2 + \left(C_{oint} C_o (-1+D)^4 R_o^3 - 2 \left(D^2 - \frac{5}{2} D + \frac{7}{4} \right) (-1+D) C_o r_{oint} C_{oint} \right. \\
 & R_o^2 + \left(2D^2 C_{oint} L_2 + \left((4C_o r_{oint}^2 - 4L_2) C_{oint} - 2C_o L_2 \right) D + \left(-3C_o r_{oint}^2 + 2L_2 \right) C_{oint} \right. \\
 & + 2C_o L_2 \left. \right) R_o + 2 \left(D - \frac{1}{2} \right) r_{oint} L_2 C_{oint} \left. \right) r_o - R_o \left(C_{oint} r_{oint} C_o (-1+D)^3 R_o^2 \right. \\
 & + \left(D^3 C_{oint} L_2 - 3D^2 C_{oint} L_2 + \left((-C_o r_{oint}^2 + 3L_2) C_{oint} + \frac{1}{2} C_o L_2 \right) D + \left(\frac{3}{4} r_{oint}^2 C_o \right. \right. \\
 & - L_2 \left. \right) C_{oint} - \frac{1}{2} C_o L_2 \left. \right) R_o - \left(D - \frac{1}{2} \right) r_{oint} L_2 C_{oint} \left. \right) \left(2r_o + R_o \right) S^2 + \left(4(-1 \right. \\
 & + D)^2 \left(D C_{oint} - 3C_o - C_{oint} \right) r_o^4 + \left(8(-1+D)^2 \left(D C_{oint} - 3C_o - C_{oint} \right) R_o \right. \\
 & - 4 \left(D^2 C_{oint} + \left(-\frac{5}{2} C_{oint} + 2C_o \right) D + \frac{3}{2} C_{oint} - \frac{3}{2} C_o \right) r_{oint} \left. \right) r_o^3 + \left(-4(-1 \right. \\
 & + D)^2 \left(D^2 C_{oint} + \left(-3C_{oint} - C_o \right) D + 2C_{oint} + \frac{19}{4} C_o \right) R_o^2 - 6 \left(D^2 C_{oint} + \left(\right. \right. \\
 & - \frac{5}{2} C_{oint} + 2C_o \left. \right) D + \frac{3}{2} C_{oint} - \frac{3}{2} C_o \left. \right) r_{oint} R_o + \left(-8C_{oint} r_{oint}^2 + 4L_2 \right) D + 6 \\
 & r_{oint}^2 C_{oint} - 4L_2 \left. \right) r_o^2 - 4 \left((-1+D)^2 \left(D^2 C_{oint} + \left(-2C_{oint} - C_o \right) D + C_{oint} + \frac{7}{4} C_o \right) \right. \\
 & R_o^2 - r_{oint} \left(D^3 C_{oint} - \frac{15}{4} D^2 C_{oint} + \left(\frac{19}{4} C_{oint} - \frac{3}{2} C_o \right) D - 2C_{oint} + \frac{9}{8} C_o \right) R_o \\
 & + \left(2C_{oint} r_{oint}^2 - L_2 \right) D - \frac{3}{2} r_{oint}^2 C_{oint} + L_2 \left. \right) R_o r_o + R_o^2 \left((-1+D)^3 \left(D^2 C_{oint} \right. \right. \\
 & - 2D C_{oint} + C_o + C_{oint} \left. \right) R_o^2 + 2 \left(D^3 C_{oint} - \frac{13}{4} D^2 C_{oint} + \left(\frac{7}{2} C_{oint} - \frac{1}{2} C_o \right) D \right. \\
 & - \frac{5}{4} C_{oint} + \frac{3}{8} C_o \left. \right) r_{oint} R_o + \left(-2C_{oint} r_{oint}^2 + L_2 \right) D - L_2 + \frac{3}{2} r_{oint}^2 C_{oint} \left. \right) \left(2r_o + R_o \right) S \\
 & + 4 \left(2r_o + R_o \right) \left(-\frac{3}{2} (-1+D)^2 r_o^2 + \left(-\frac{3}{2} (-1+D)^2 R_o - \left(D - \frac{3}{4} \right) r_{oint} \right) r_o + R_o \left((-1 \right. \right. \\
 & + D)^3 R_o - \frac{1}{2} \left(D - \frac{3}{4} \right) r_{oint} \left. \right) \left. \right) \left((-1+D) \left(\frac{1}{8} C_{oint} C_o L_1 L_2 (2r_o + R_o)^2 S^4 \right. \right. \\
 & - \frac{1}{4} (2r_o + R_o) \left(C_o L_1 (-1+D) r_o^2 + 2 \left(\frac{1}{2} L_1 (-1+D) R_o + r_{oint} \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 \right. \right. \right. \\
 & - L_2 \left. \right) \left. \right) C_o r_o + r_{oint} C_o \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 - L_2 \right) R_o - L_1 L_2 \left. \right) C_{oint} S^3 + \left(C_{oint} r_{oint} C_o \left(\right. \right. \\
 & - 1 + D)^2 r_o^3 + \left(\frac{3}{2} C_{oint} r_{oint} C_o (-1+D)^2 R_o - 2C_o \left(C_{oint} r_{oint}^2 - L_2 \right) D^2 + \left(\left(3r_{oint}^2 C_o \right. \right. \right. \\
 & - \frac{1}{2} L_1 \left. \right) C_{oint} - 4C_o L_2 \left. \right) D + \left(\frac{1}{2} L_1 - r_{oint}^2 C_o \right) C_{oint} + \frac{1}{2} C_o (4L_2 + L_1) \left. \right) r_o^2 \\
 & + \left(\frac{1}{2} C_{oint} r_{oint} C_o (-1+D)^2 R_o^2 + \left(-2C_o \left(C_{oint} r_{oint}^2 - L_2 \right) D^2 + \left(\left(3r_{oint}^2 C_o \right. \right. \right. \right. \\
 & - \frac{1}{2} L_1 \left. \right) C_{oint} - 4C_o L_2 \left. \right) D + \left(\frac{1}{2} L_1 - r_{oint}^2 C_o \right) C_{oint} + \frac{1}{2} C_o (4L_2 + L_1) \left. \right) R_o \\
 & - \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 - L_2 \right) C_{oint} r_{oint} \left. \right) r_o - \frac{1}{2} \left(\left(\left(-\frac{1}{2} L_1 + r_{oint}^2 C_o \right) C_{oint} - C_o L_2 \right) D^2 \right. \\
 & + \left(\left(-\frac{3}{2} r_{oint}^2 C_o + L_1 \right) C_{oint} + 2C_o L_2 \right) D + \left(\frac{1}{2} r_{oint}^2 C_o - \frac{1}{2} L_1 \right) C_{oint} - \frac{1}{4} C_o (4L_2 \\
 & + L_1) \left. \right) R_o + \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 - L_2 \right) C_{oint} r_{oint} \left. \right) R_o \left. \right) S^2 + \left(-2C_o (-1+D)^3 r_o^3 - 3(-1 \right. \\
 & + D) \left(C_o (-1+D)^2 R_o - \frac{1}{3} r_{oint} \left((C_{oint} - 2C_o) D - C_{oint} + C_o \right) \right) r_o^2 + \left(-C_o \left(\right. \right. \\
 & - 1 + D)^3 R_o^2 + (-1+D) r_{oint} \left((C_{oint} - 2C_o) D - C_{oint} + C_o \right) R_o + \left(-2C_{oint} r_{oint}^2 \right. \\
 & + 2L_2 \left. \right) D^2 + \left(3C_{oint} r_{oint}^2 - 4L_2 \right) D + \frac{1}{2} L_1 + 2L_2 - r_{oint}^2 C_{oint} \left. \right) r_o - \frac{1}{2} R_o \left(\left(D^2 C_{oin} \right. \right. \\
 & + \left(-2C_{oint} + C_o \right) D + C_{oint} - \frac{1}{2} C_o \left. \right) (-1+D) r_{oint} R_o + \left(2C_{oint} r_{oint}^2 - 2L_2 \right) D^2 + \left(\right. \\
 & - 3C_{oint} r_{oint}^2 + 4L_2 \left. \right) D - \frac{1}{2} L_1 - 2L_2 + r_{oint}^2 C_{oint} \left. \right) \left(-2(-1+D)^2 r_o^2 + \left(\right. \right. \\
 & - 2(-1+D)^2 R_o - 2D r_{oint} + r_{oint} \left. \right) r_o + R_o \left((-1+D)^3 R_o - \left(D - \frac{1}{2} \right) r_{oint} \right) \left((-1 \right. \\
 & + D) \left(-2(-1+D)^2 r_o^2 + (-2(-1+D)^2 R_o - 2D r_{oint} + r_{oint}) r_o + R_o \left((-1 \right. \right. \\
 & + D)^3 R_o - \left(D - \frac{1}{2} \right) r_{oint} \left. \right) \left. \right) \left. \right)
 \end{aligned}$$

Fonte: Próprio autor

Figura 82 - Função de transferência simbólica de Gvd(s) com RSE

$$\begin{aligned}
Gvd(S) = & - \left(8 \left(\frac{1}{4} C_{L2} C_{oint} L_1 L_2 (2r_o + R_o) S^3 - \frac{1}{2} C_{oint} \left(\left((C_{L1} L_1 + C_{L2} L_2) r_{oint} \right. \right. \right. \right. \\
& - \frac{1}{2} L_1 V_o \Big) D + \left(\left(-C_{L1} - \frac{1}{2} C_{L2} \right) L_1 - C_{L2} L_2 \right) r_{oint} + \frac{1}{2} L_1 V_o \Big) R_o + 2 \left((C_{L1} L_1 \right. \\
& + C_{L2} L_2) D + \left(-C_{L1} - \frac{1}{2} C_{L2} \right) L_1 - C_{L2} L_2 \Big) r_{oint} r_o \Big) S^2 + \left(\left(\left(-\frac{1}{2} V_o \right. \right. \right. \\
& + V_{oint} \Big) r_{oint} C_{oint} + C_{L2} L_2 \Big) D^2 + \left(-\frac{1}{2} r_{oint} (C_{L2} r_{oint} - 2 V_o - 4 V_{oint}) C_{oint} \right. \\
& - 2 C_{L2} L_2 - \frac{1}{2} L_1 C_{L1} \Big) D + \frac{1}{2} r_{oint} (C_{L2} r_{oint} - V_o - 2 V_{oint}) C_{oint} + \left(\frac{1}{4} C_{L2} \right. \\
& + \frac{1}{2} C_{L1} \Big) L_1 + C_{L2} L_2 \Big) R_o + 2 \left((-C_{oint} V_{oint} r_{oint} + C_{L2} L_2) D^2 + \left(-\frac{1}{2} r_{oint} (C_{L2} r_{oint} \right. \right. \\
& - 4 V_{oint}) C_{oint} - 2 C_{L2} L_2 - \frac{1}{2} L_1 C_{L1} \Big) D + \frac{1}{2} r_{oint} (C_{L2} r_{oint} - 2 V_{oint}) C_{oint} \\
& + \left(\frac{1}{4} C_{L2} + \frac{1}{2} C_{L1} \right) L_1 + C_{L2} L_2 \Big) r_o \Big) S + (D - 1) \left(\left(D^2 V_o + (-V_{oint} - 2 V_o) D \right. \right. \\
& - \frac{1}{2} C_{L2} r_{oint} + V_{oint} + V_o \Big) R_o - 2 \left(D V_{oint} + \frac{1}{2} C_{L2} r_{oint} - V_{oint} \right) r_o \Big) \Big) / \\
& \left(C_{oint} C_o L_1 L_2 (2r_o + R_o)^2 S^4 - 2 C_{oint} \left(\left(L_1 (D - 1) r_o + r_{oint} \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 \right. \right. \right. \right. \right. \\
& - L_2 \Big) \Big) C_o R_o + C_o L_1 (D - 1) r_o^2 + 2 \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 - L_2 \right) C_o r_{oint} r_o - L_1 L_2 \Big) (2r_o \\
& + R_o) S^3 + \left((4 C_{oint} r_{oint} C_o (D - 1)^2 r_o + ((-4 C_o r_{oint}^2 + 2 L_1) C_{oint} + 4 L_2 C_o) D^2 \right. \\
& + ((6 C_o r_{oint}^2 - 4 L_1) C_{oint} - 8 L_2 C_o) D + (-2 C_o r_{oint}^2 + 2 L_1) C_{oint} + C_o (L_1 + 4 L_2) \Big) \\
& R_o^2 + \left(12 C_{oint} r_{oint} C_o (D - 1)^2 r_o^2 + (-16 C_o (C_{oint} r_{oint}^2 - L_2) D^2 + ((24 C_o r_{oint}^2 \right. \\
& - 4 L_1) C_{oint} - 32 L_2 C_o) D + (-8 C_o r_{oint}^2 + 4 L_1) C_{oint} + 4 C_o (L_1 + 4 L_2) \Big) r_o \\
& - 4 C_{oint} \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 - L_2 \right) r_{oint} \Big) R_o - 16 \left(-\frac{1}{2} C_{oint} r_{oint} C_o (D - 1)^2 r_o^2 \right. \\
& + \left(C_o (C_{oint} r_{oint}^2 - L_2) D^2 + \left(\left(-\frac{3}{2} r_{oint}^2 C_o + \frac{1}{4} L_1 \right) C_{oint} + 2 L_2 C_o \right) D + \left(\frac{1}{2} \right. \right. \\
& r_{oint}^2 C_o - \frac{1}{4} L_1 \Big) C_{oint} - \frac{1}{4} C_o (L_1 + 4 L_2) \Big) r_o + \frac{1}{2} C_{oint} \left(D L_2 - \frac{1}{2} L_1 - L_2 \right) r_{oint} \Big) \\
& r_o \Big) S^2 + \left(-4 (D - 1) \left(2 C_o (D - 1)^2 r_o + \left(D^2 C_{oint} + (-2 C_{oint} + C_o) D + C_{oint} \right. \right. \right. \\
& - \frac{1}{2} C_o \Big) r_{oint} \Big) R_o^2 + (-24 C_o (D - 1)^3 r_o^2 + 8 (D - 1) ((C_{oint} - 2 C_o) D - C_{oint} \\
& + C_o) r_{oint} r_o + (-8 C_{oint} r_{oint}^2 + 8 L_2) D^2 + (12 C_{oint} r_{oint}^2 - 16 L_2) D - 4 C_{oint} r_{oint}^2 \\
& + 2 L_1 + 8 L_2) R_o - 16 \left(C_o (D - 1)^3 r_o^2 - \frac{1}{2} (D - 1) ((C_{oint} - 2 C_o) D - C_{oint} \right. \\
& + C_o) r_{oint} r_o + (C_{oint} r_{oint}^2 - L_2) D^2 + \left(-\frac{3}{2} C_{oint} r_{oint}^2 + 2 L_2 \right) D + \frac{1}{2} C_{oint} r_{oint}^2 \\
& - \frac{1}{4} L_1 - L_2 \Big) r_o \Big) S + 8 (D - 1) \left((D - 1)^3 R_o^2 + \left(-2 (D - 1)^2 r_o - r_{oint} \left(D \right. \right. \right. \\
& - \frac{1}{2} \Big) \Big) R_o - 2 \left((D - 1)^2 r_o + r_{oint} \left(D - \frac{1}{2} \right) \right) r_o \Big) \Big)
\end{aligned}$$

Fonte: Próprio autor

Figura 83 - Função de transferência simbólica de Gvi(s) com RSE

$$\begin{aligned}
Gvi(S) = & \left(8 R_o (S C_o r_o + 1) (2 r_o + R_o) \left(-\frac{1}{4} C_{oint} L_1 L_2 (2 r_o + R_o) S^3 + \frac{1}{4} C_{oint} (L_1 (D - \right. \right. \\
& + 2 r_{oint} (D L_2 - L_1 - L_2) R_o + 4 r_{oint} r_o (D L_2 - L_1 - L_2)) S^2 + \left(C_{oint} r_{oint} \left(D \right. \right. \\
& - \frac{3}{2} \left. \right) (D - 1)^3 R_o^2 + \left(-2 C_{oint} r_{oint} (D - 1)^3 r_o + \frac{1}{2} r_{oint}^2 (D - 1) C_{oint} - \frac{1}{2} L_1 \right. \\
& + 2 L_2 D - L_2 - L_2 D^2 \left. \right) R_o - 2 r_o \left(C_{oint} r_{oint} (D - 1)^3 r_o - \frac{1}{2} r_{oint}^2 (D - 1) C_{oint} \right. \\
& + \frac{1}{2} L_1 - 2 L_2 D + L_2 + L_2 D^2 \left. \right) \left. \right) S + 2 \left((D - 1)^3 R_o^2 + \left(-(D - 1)^2 r_o + \frac{1}{4} r_{oint} \right) R_o \right. \\
& - \left((D - 1)^2 r_o - \frac{1}{2} r_{oint} \right) r_o \left. \right) (D - 1) \left. \right) / \left(2 C_{oint} L_2 \left((D - 1)^3 R_o^2 + \left(\right. \right. \right. \\
& - 2 (D - 1)^2 r_o - r_{oint} \left(D - \frac{1}{2} \right) \left. \right) R_o - 2 r_o \left((D - 1)^2 r_o + r_{oint} \left(D - \frac{1}{2} \right) \right) \left. \right) \left(2 r_o \right. \\
& + R_o \left. \right)^2 C_o S^3 - 4 \left(C_{oint} ((D - 1) r_o - r_{oint}) C_o (D - 1)^3 R_o^3 + \left(C_{oint} C_o (D \right. \right. \\
& - 3) (D - 1)^3 r_o^2 - 2 C_{oint} \left(D^2 - \frac{5}{2} D + \frac{7}{4} \right) r_{oint} C_o (D - 1) r_o + \left(-D^3 L_2 + 3 L_2 D^2 \right. \\
& + (C_o r_{oint}^2 - 3 L_2) D - \frac{3}{4} r_{oint}^2 C_o + L_2 \left. \right) C_{oint} - \frac{1}{2} C_o L_2 (D - 1) \left. \right) R_o^2 + \left(\right. \\
& - 4 C_{oint} C_o (D - 1)^3 r_o^3 + 3 C_{oint} r_{oint} C_o \left(D - \frac{3}{2} \right) (D - 1) r_o^2 + \left((2 L_2 D^2 + (4 C_o r_{oint}^2 \right. \\
& - 4 L_2) D - 3 r_{oint}^2 C_o + 2 L_2) C_{oint} - 2 C_o L_2 (D - 1) \left. \right) r_o + C_{oint} r_{oint} L_2 \left(D - \frac{1}{2} \right) \left. \right) R_o \\
& - 2 r_o \left(C_{oint} C_o (D - 1)^3 r_o^3 - C_{oint} r_{oint} C_o \left(D - \frac{3}{2} \right) (D - 1) r_o^2 + \left(\left(-L_2 D^2 + \left(\right. \right. \right. \right. \\
& - 2 C_o r_{oint}^2 + 2 L_2) D + \frac{3}{2} r_{oint}^2 C_o - L_2 \left. \right) C_{oint} + C_o L_2 (D - 1) \left. \right) r_o - C_{oint} r_{oint} L_2 \left(D \right. \\
& - \frac{1}{2} \left. \right) \left. \right) \left. \right) \left(2 r_o + R_o \right) S^2 + \left(4 \left((D - 1)^2 C_{oint} + C_o \right) (D - 1)^3 R_o^4 + \left(-16 \left((D \right. \right. \right. \right. \\
& - 1)^2 C_{oint} - C_o \left(D - \frac{7}{4} \right) \left. \right) (D - 1)^2 r_o + 8 r_{oint} \left(\left(D - \frac{5}{4} \right) (D - 1)^2 C_{oint} \right. \\
& - \frac{1}{2} C_o \left(D - \frac{3}{4} \right) \left. \right) \left. \right) R_o^3 + \left(-16 \left((D^2 - 3 D + 2) C_{oint} - C_o \left(D - \frac{19}{4} \right) \right) (D - 1)^2 \right. \\
& r_o^2 + 16 r_{oint} \left(\left(D^2 - \frac{11}{4} D + 2 \right) (D - 1) C_{oint} - \frac{3}{2} C_o \left(D - \frac{3}{4} \right) \right) r_o - 8 r_{oint}^2 \left(D \right. \\
& - \frac{3}{4} \left. \right) C_{oint} + 4 L_2 (D - 1) \left. \right) R_o^2 + 32 r_o \left(((D - 1) C_{oint} - 3 C_o) (D - 1)^2 r_o^2 \right. \\
& - \frac{3}{4} r_{oint} \left(\left(D^2 - \frac{5}{2} D + \frac{3}{2} \right) C_{oint} + 2 C_o \left(D - \frac{3}{4} \right) \right) r_o - r_{oint}^2 \left(D - \frac{3}{4} \right) C_{oint} \\
& + \frac{1}{2} L_2 (D - 1) \left. \right) R_o + 16 \left(((D - 1) C_{oint} - 3 C_o) (D - 1)^2 r_o^2 - r_{oint} \left(\left(D^2 - \frac{5}{2} D \right. \right. \right. \\
& + \frac{3}{2} \left. \right) C_{oint} + 2 C_o \left(D - \frac{3}{4} \right) \right) r_o - 2 r_{oint}^2 \left(D - \frac{3}{4} \right) C_{oint} + L_2 (D - 1) \left. \right) r_o^2 \left. \right) S \\
& + 16 \left((D - 1)^3 R_o^2 + \left(-\frac{3}{2} (D - 1)^2 r_o - \frac{1}{2} r_{oint} \left(D - \frac{3}{4} \right) \right) R_o - \frac{3}{2} r_o \left((D - 1)^2 r_o \right. \right. \\
& + \frac{2}{3} r_{oint} \left(D - \frac{3}{4} \right) \left. \right) \left. \right) \left(2 r_o + R_o \right) \left. \right)
\end{aligned}$$

Fonte: Próprio autor